



“动”见几何： 网络画板赋能数学实验 数智驱动几何思维发展

浙江省台州市椒江区人民小学 金美琴

2025.07.26日于重庆

“动”见几何：

网络画板赋能数学实验

数智驱动几何思维发展

——基于具身认知与TPACK框架的实践探索

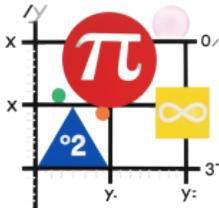


发展几何思维

浅层、难而生畏

融合数学实验

深度、易而生趣



几何知识：抽象性→形象可视化

中小学实验教学基本目录
(2022年版)



教材与学材：静态→过程动态化

教育部教育技术与资源发展中心（中央电化教育馆）制定

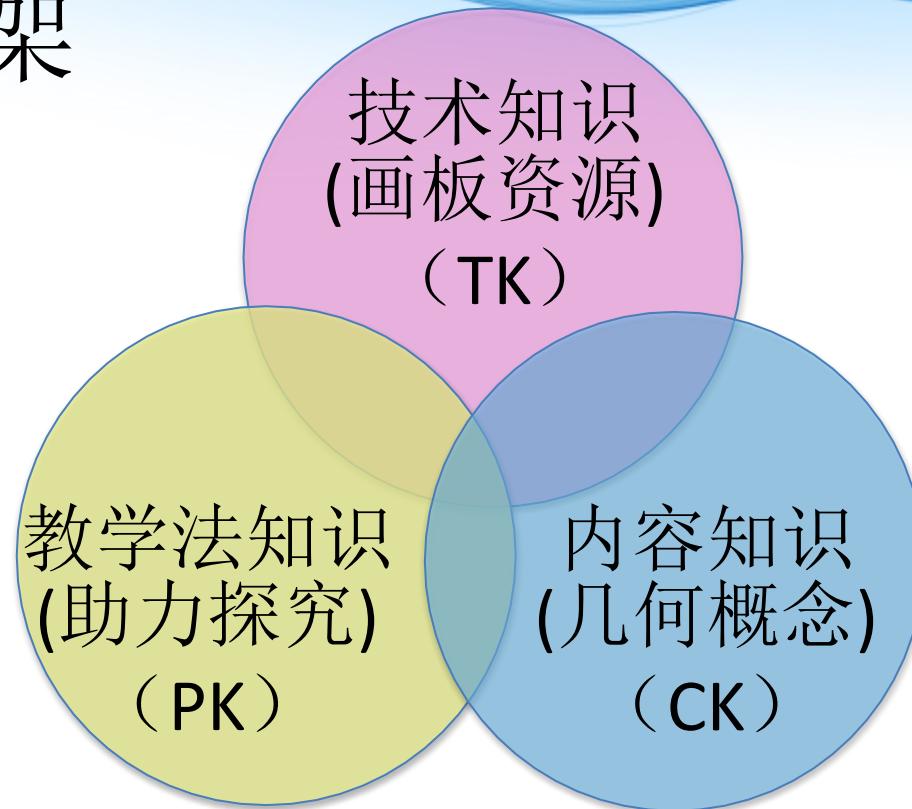


师演示观看：离身→具身游戏化



网络画板优势：可操作性表征、即时反馈

TPACK框架



六年级

《数学有意思》

一硬币的滚动



教材与学材

第一个游戏

硬币与直线



活动1 硬币在直线上的滚动

问题猜想

让一枚1元硬币沿着一条直线滚动一周，如果把硬币看成一个圆，那么圆心做怎样的运动？圆心经过的路程是多少？



实践操作

1. 动手做一做，画一画。

在硬币的圆周上标上一点A，并把它作为起点，然后捏住硬币，让硬币在直尺上滚动一周。先观察硬币的滚动过程，再在下面画出其圆心的运动路径。



2. 玩一玩，验证你的想法。

如果你有万花尺，可以用齿轮圆片代替硬币，把笔戳在圆心里，在直线齿轮轨道上画线，验证你的想法。若没有万花尺，也可以用圆形硬纸片代替硬币，让圆形硬纸片在直尺上滚动，验证你的想法。



交流讨论

将你的发现与同伴交流、分享。



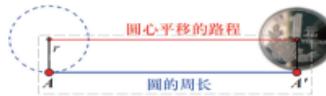
我发现硬币滚动一周的路程就是硬币的周长。



我发现圆心做平移运动，平移的路程与圆的周长相等。

方法总结

如下图，圆心平移的路程 = 硬币滚动一周的路程 = 圆的周长。

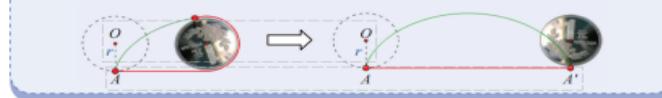


拓展应用

起点A的运动路径是怎样的？想一想，并用万花尺验证。在下面画一画点A的运动路径。

回顾与反思

如下图，绿色线就是点A的运动路径。





活动2 硬币在直角上的滚动

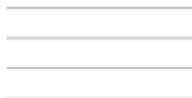
问题猜想

如右图,如果让一枚1元硬币(直径2.5cm)沿着一条折线(两条线段相交成直角)滚动一周,其圆心做怎样的运动?圆心经过的路程是多少?



实践操作

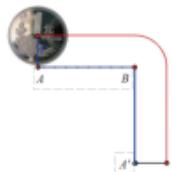
先猜想,并在右上图中画出圆心运动的大致路径,再用硬币滚动一周,验证你的猜想,然后算出圆心经过的路程。



我原来以为硬币还是滚动一周,就猜想圆心经过的路程等于圆的周长,经过实际操作之后发现原来的想法是不对的。



我画了图(如右图),发现圆心经过的路程比圆的周长要长,多了转角处做旋转运动的路程。



硬币沿着一条折线滚动一周,途中绕过一个直角时,圆心经过的路程确实比圆的周长要长。因为硬币在绕过直角时,还做了旋转运动。那么,圆心经过的路程是多少呢?硬币转了多少圈呢?



硬币在直角上的滚动与其在直线上的滚动相比,运动路程多了一个直角拐弯,直角是 90° ,也就是多了 $\frac{1}{4}$ 圆周长。不计算我也知道硬币转动了1.25圈。



设硬币的半径为 r 。

圆心经过的路程是

$$2\pi r + 2\pi r \div 4 = 2.5\pi r。$$

圆的周长是 $2\pi r$ 。

硬币转动的圈数是 $2.5\pi r \div 2\pi r = 1.25$ (圈)。

交流讨论

你在实践操作过程中有什么问题与发现?与同伴交流。

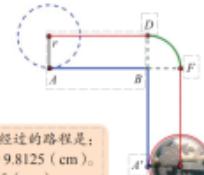


圆心先做平移运动,到直角顶点处拐弯时,边缘与点B的接触点不动,但圆心在旋转,绕点B旋转了 90° 。

我发现硬币在拐弯时,边缘与点B的接触点不动,但圆心在旋转,绕点B旋转了 90° 。



硬币的直径是2.5cm,圆心经过的路程是:
 $3.14 \times 2.5 + 3.14 \times 2.5 \div 4 = 9.8125$ (cm)。
 圆的周长是 $3.14 \times 2.5 = 7.85$ (cm)。
 硬币转的圈数是 $9.8125 \div 7.85 = 1.25$ (圈)。



比一比:上述三种方法有什么相同点和不同点?

回顾与反思

不管用哪种方法,我们都要能想象硬币在直角上滚动与在直线上滚动的不同之处。硬币在直角上滚动时,圆心绕直角顶点旋转了 90° ,得到的圆心经过的路程比圆的周长多 $\frac{1}{4}$ 。

第二个游戏

硬币与多边形



活动1 硬币在正方形上滚动

问题猜想

如右图,一个与1元硬币(直径2.5cm)等周长的正方形ABCD和1枚1元硬币,硬币从点A出发,按A→B→C→D→A的路线滚动,并回到原位。圆心是怎样运动的?正方形的周长就是圆心经过的路程吗?硬币转了多少圈呢?请猜想一下。



操作验证

怎样验证你的猜想?请想一想,并在上图中画一画。然后用万花尺验证你画的路径是否正确。(如果没有万花尺,可以自制一个圆形硬纸片,中间戳一个洞,代替万花尺。)最后算一算圆心运动的路程。

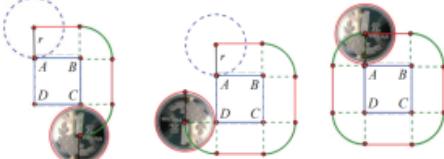


交流思考

与同伴交流你的猜想和验证结果。



1. 圆心运动的路径。



我发现了一个规律:当硬币在直线上滚动时,圆心就平移;当硬币滚到直角顶点处时,圆心就做旋转运动。

圆心沿正方形的边做平移运动时,运动路径是线段。圆心经过正方形的顶点时,是做旋转运动,运动路径是圆弧,并且圆弧的长度等于圆周长的 $\frac{1}{4}$ 。



2. 圆心经过的路程与硬币滚动的圈数。



圆心平移的总路程等于正方形的周长。圆心转动的总路程等于一个圆的周长。圆心运动的总路程是:
 $3.14 \times 2.5 + 3.14 \times 2.5 \div 4 \times 4 = 15.7$ (cm)。
圆周长为7.85 (cm)。
硬币滚动的圈数是: $15.7 \div 7.85 = 2$ (圈)。

设硬币的半径为 r ,圆心经过的路程是: $2\pi r + 2\pi r = 4\pi r$ 。硬币滚动的圈数是: $4\pi r \div 2\pi r = 2$ (圈)。



画了图之后,我知道圆心平移经过的路程等于正方形的周长,就等于1个圆周长。在正方形的4个直角拐弯处,圆心做旋转运动,4段圆弧长的和就是1个圆周长。所以硬币一共滚动2圈。

我可以进行推理。圆心每经过一个直角,就转过的路程就多 $\frac{1}{4}$ 圆周长,硬币滚过正方形的4个角,圆心经过的路程就多1个圆周长。所以硬币一共滚动2圈。



回顾与反思

我们有了硬币在一个直角顶点处滚动的经验,就可以想像圆心在另外3个直角顶点处的旋转运动情况。想像、画图、推理,都是帮助我们运用已学的知识解决新问题的好方法。



活动2 硬币在多边形上的滚动

问题猜想

如果硬币滚动的路径不是正方形,而是其他多边形,如三角形、长方形、梯形等,那么圆心可能会做怎样的运动呢?请你想一想,试着画一画圆心的运动路径,算一算圆心运动的路程。

第三个游戏

硬币在硬币上的滚动

问题猜想

有甲、乙两枚相同的硬币，固定硬币甲，让硬币乙沿着硬币甲的边缘滚动1周。硬币乙旋转了几圈？



不一定。



会正好是旋转1圈吗？想知道硬币乙旋转了几圈，要关注硬币乙的圆心运动情况。

实践操作

1. 找两个1元的硬币，同桌合作，让两个硬币的边缘紧贴，不要滑动。



2. 慢慢地让硬币乙沿着硬币甲的边缘滚动1周，观察硬币乙的圆心绕硬币甲圆心的旋转角度，从硬币乙上“1”字的朝向判断硬币乙旋转的圈数。

交流讨论

请跟你的同伴交流想法。



我把硬币乙放在硬币甲的正上方，从“1”字朝上开始，在两个硬币的接触点处做记号A，作为起点。

硬币乙滚到最右边时，滚动了硬币甲圆周的 $\frac{1}{4}$ ，硬币乙的圆心绕硬币甲的圆心旋转了90°。“1”字第一次朝下，硬币乙旋转了半圈。



反思

你猜对了吗？猜硬币乙旋转1圈的同学到底错在哪里呢？关注点是否在硬币乙圆心的运动路线上？

操作验证

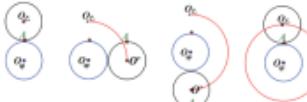
请再操作一次，注意观察硬币乙的起点A回到原处时，硬币乙圆心的运动路径。



取万花尺的两个齿轮圆片甲、乙，用笔插在齿轮圆片乙的圆心上，模拟硬币乙绕硬币甲转动一周的情形，画出圆心运动的路径。没有万花尺的可以用圆形硬纸片代替，在其中一个圆的圆心戳一个洞即可。

交流思考

观察下图，蓝色线是硬币乙的滚动路径，红色线是硬币乙的圆心运动路径。你有什么新的想法了？请跟同伴交流。



想知道硬币乙旋转了几圈，应关注其圆心的运动情况。我们原本以为硬币乙圆心运动的路程等于硬币甲的圆周长。现在发现这是不对的。



硬币乙的圆心绕着硬币甲的圆心旋转了360°，运动路径是一个大圆，如上图的红色圆。这个圆的半径是多少呢？



我知道了。它的半径=硬币甲的半径+硬币乙的半径。如果没硬币的半径是r，那么这个红色圆的半径就是2r。

动态过程、运动分解、
轨迹追踪、测量计算
等

技术知识
(画板资源)
(TK)

教师用的资源
学生实验资源

情境驱动

猜想交流

亲身验证

迁移应用

教学法知识
(助力探究)
(PK)

内容知识
(几何概念)
(CK)

数学实验载体：
圆在多边形(或圆)
上的滚动，圆心
经过的路程

数学素养：
空间观念、推理
意识、几何直观、
应用意识等

【一】 情境驱动 情境导问



【一】

情境驱动

- 情境导问
- 任务驱动

【一】 情境驱动

- 情境导问
- 任务驱动

直径2.5cm的硬币在尺子上滚动一周

显问

$u_0 = 0$

显平移

隐尺子

动画▶◀

▲

(二) 猜想交流

猜想假设

交流悬疑

数学实验一：硬币在直角上滚动，
圆心作怎样的运动？经过的路程是多少？

画一画



把 2.5π 长的线段折成一个直角

先“重置”
再“动画”

显反馈

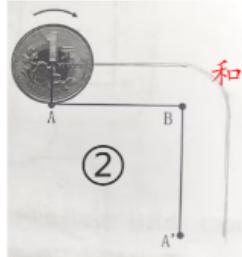
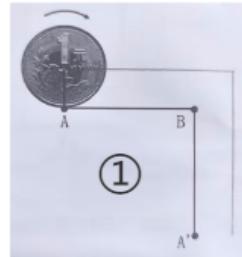


（二） 猜想交流

猜想假设

交流悬疑

5次教学统计:超 $\frac{2}{3}$
猜想"7"字形



把 2.5π 长的线段折成一个直角
硬币在直角上滚动一周

哪一种是对的?

和在直线上的滚动比有什么不同?

动画1▶

整体动画▶

先“重置”
再“动画”

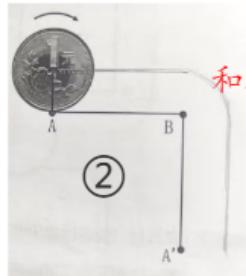
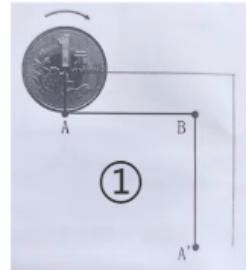


(三) 亲身验证

亲身协作

验证释疑

5次教学统计:超 $\frac{2}{3}$
猜想"7"字形



动画1▶

整体动画▶

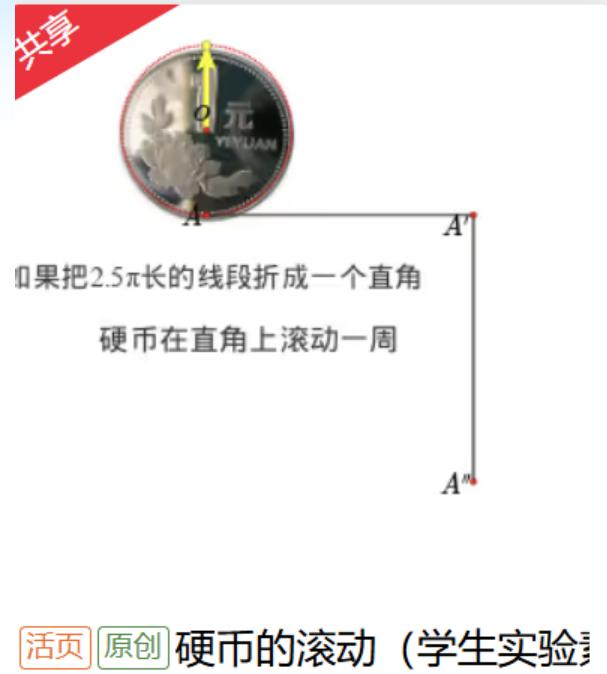
先“重置”
再“动画”



(四) 应用建模

应用推广

建模拓展



活页 原创 硬币的滚动 (学生实验)

2025-05-14

901

⋮

先想象交流

再网络画板
亲身验证

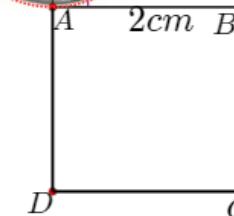
(四) 应用建模

应用推广

建模拓展

活动二：硬币在边长为2cm的正方形上滚动一周。

要求：先用尺子和圆规画，
再用网络画板（2）验证，
最后算一算圆心经过的路程。



圆心经过的路程：

整体动画▶◀

思维导航（分步）▶

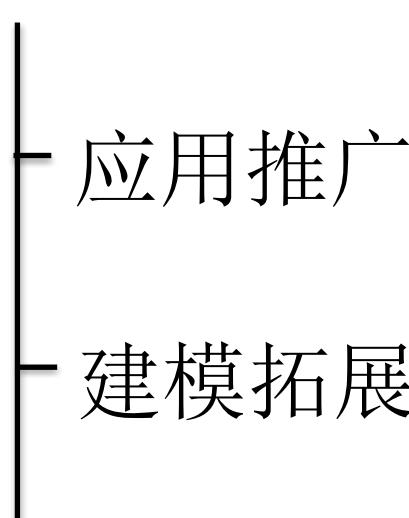
（只列式不计算）

显二维码

重置

帮助

(四) 应用建模



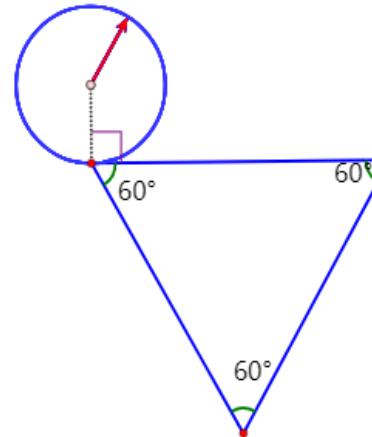
圆在正三角形上的滚动一周

整体动画▶

使用前请双击：

“重置”按钮

分步动画▶



先画再用网络画板验证

(四) 应用建模

应用推广

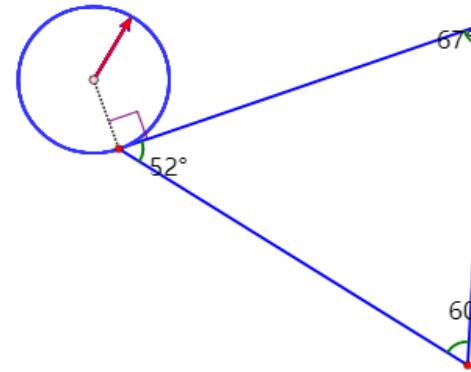
建模拓展

圆在任意三角形上滚动一周

整体动画▶

分步动画▶

提示：可以拖动三角形的顶点



使用前请双击：

“重置”按钮



显二维码

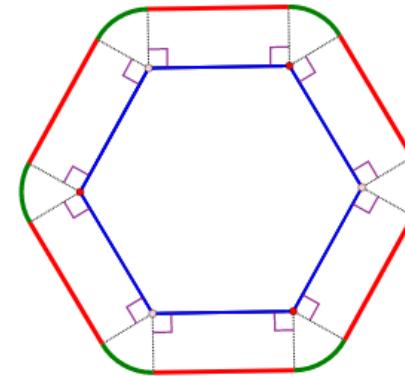
(四) 应用建模

应用推广

建模拓展

先画再用网
络画板验证

动画▶

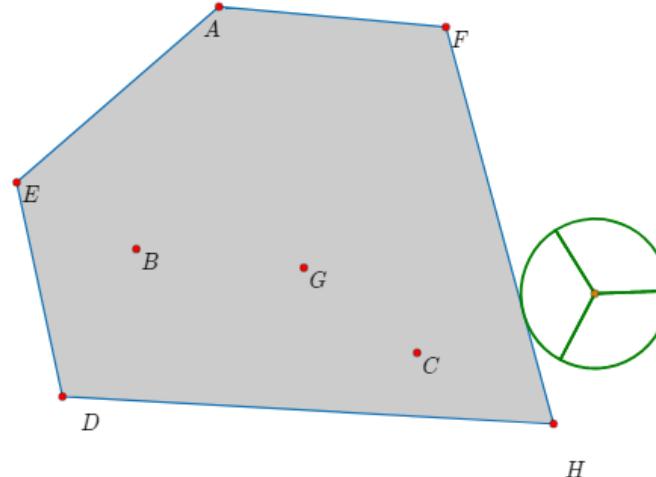


(四) 应用建模

应用推广
建模拓展

圆在任意多边形上的滚动

动画▶◀

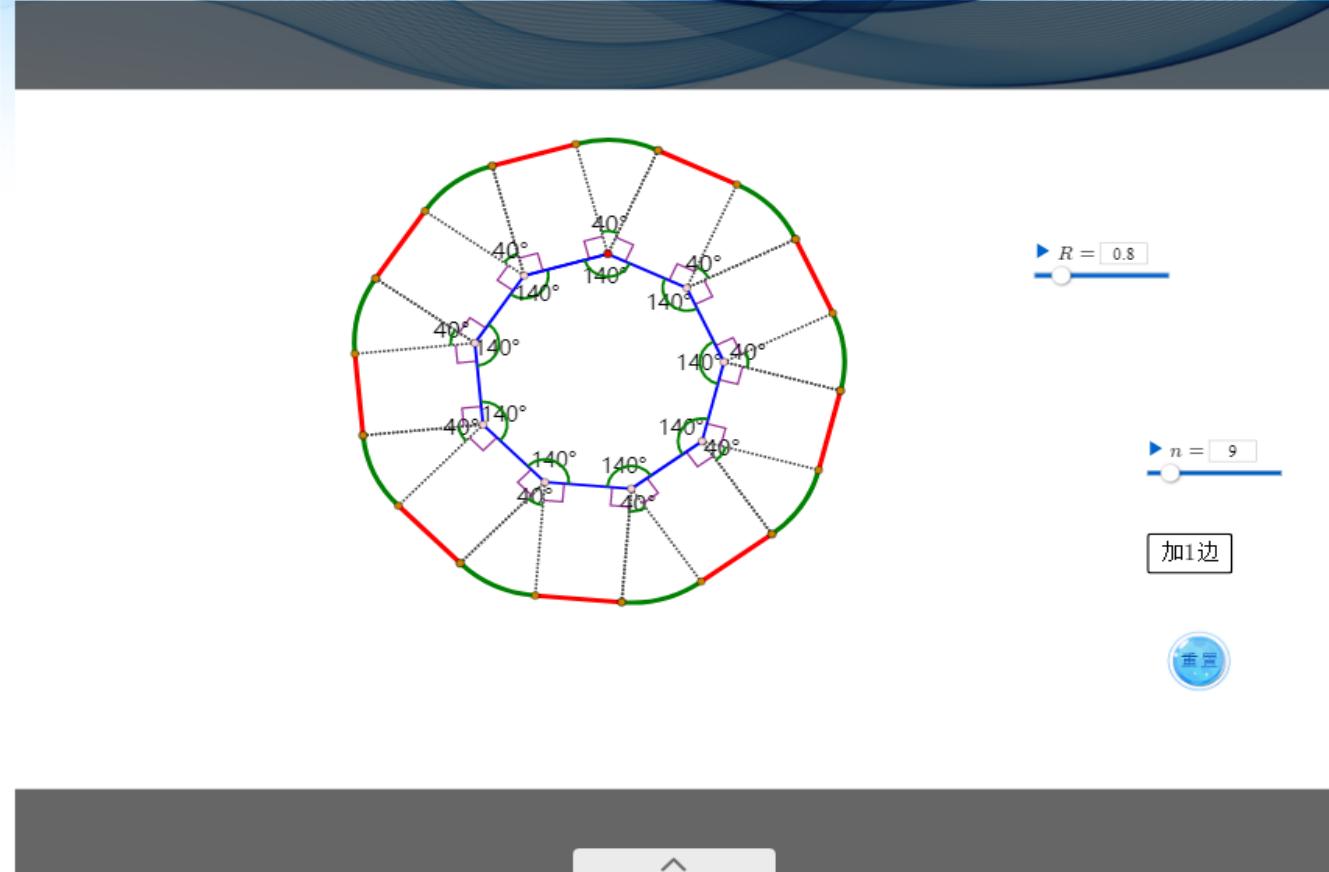


显二维码
重置

(四) 应用建模

应用推广

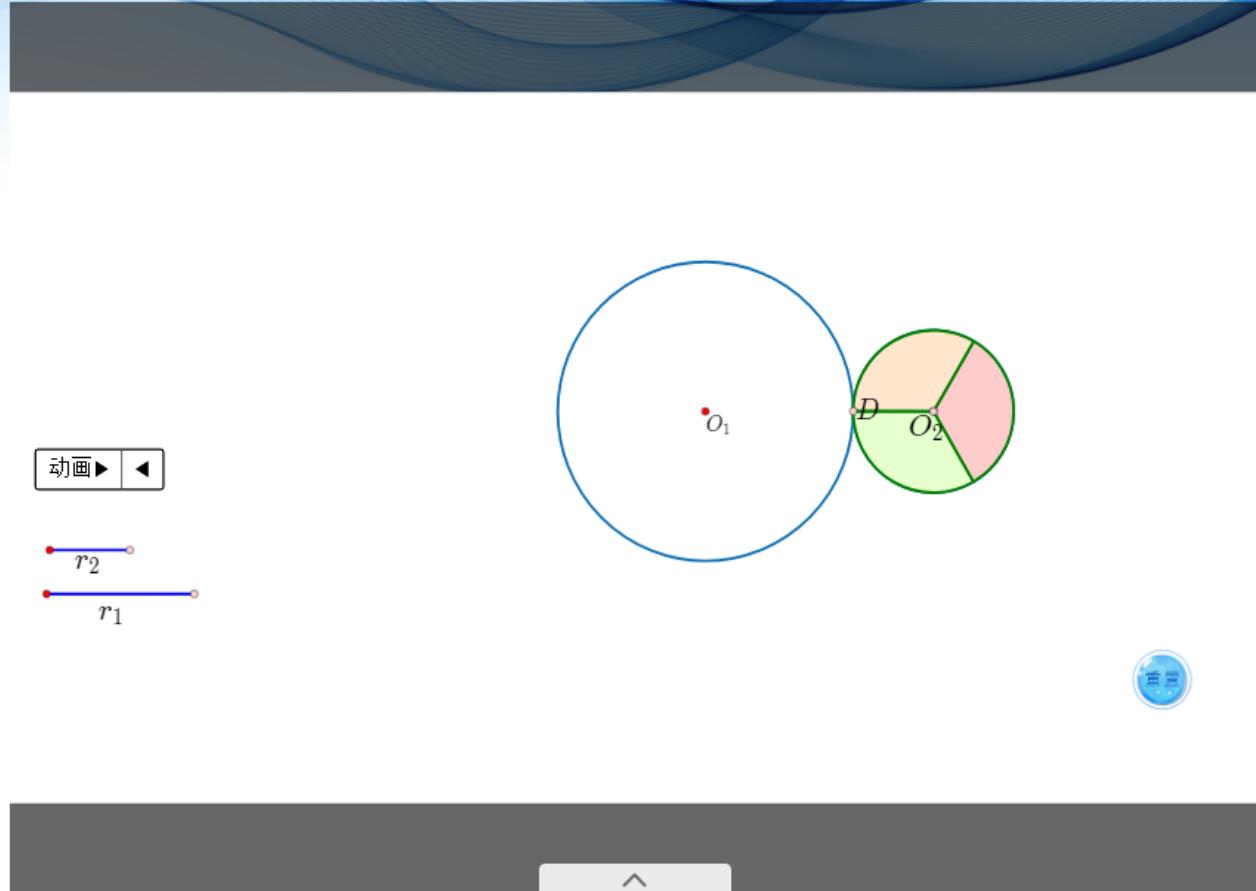
建模拓展



【四】 应用建模

应用推广

建模拓展

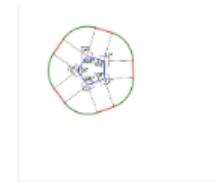
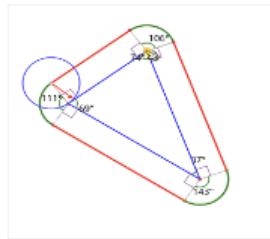
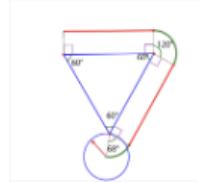
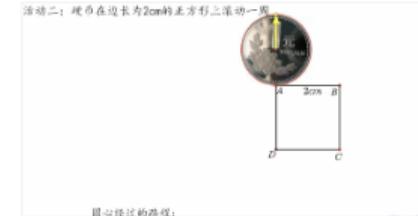
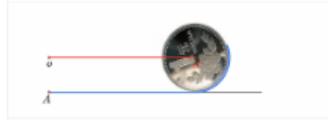


(四) 应用建模

应用推广

建模拓展

我们学了什么？怎么学的？你对今天的课怎么评价？



隐藏

硬币的滚动

平移+旋转

直线

$C_{圆}$

猜想

直角

$C_{圆} + 1/4 圆$

正方形

$C_{正} + C_{圆}$

验证

三角形

$C_{三} + C_{圆}$

多边形

$C_{多} + C_{圆}$

解释

.....

圆

$C_{圆} + C_{圆}$

应用

(四) 应用建模

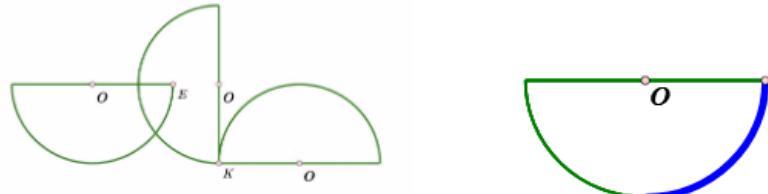
应用推广

建模拓展

JM
MATH

一个直径为6分米的半圆形工件,未搬动时如图所示,直径平行地面放置,搬动时为了保护圆弧不受损伤,将半圆做如图所示的无滑动翻转,使它的直径贴在地面上,这时圆心 o 经过的路线的长为 ()。

A、12dm B、6dm C、9.42dm D、7.71dm



▶ $t = 0$ ▶ $t2 = 0$

隐藏轨迹

思维导航▶

重置

帮助

(四) 应用建模

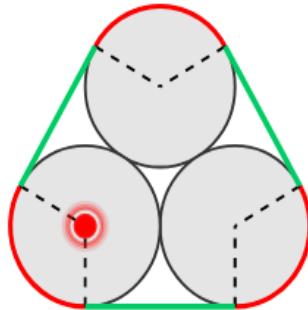
应用推广

建模拓展

Ma
MATH

捆扎圆柱形物体

有3根半径为50cm的圆柱形水管，现在用一根绳子将它们捆扎在一起，最短需要多长的绳子？（打结处不计）



闪烁点可以拖动

动画▶

结论

重置

帮助

智用网络画板，让几何“动”起来，让思维“活”起来。

会制作资源 → 善用资源设计学习任务与探究性活动
(TPACK融合能力)

关注“技术炫酷” → 关注“数学本质揭示”(数学教学价值)

敬

请

指

教

