

网络画板在反比例函数教学中的应用研究

郑智玲, 覃利华*

广西民族师范学院数学与计算机科学学院, 广西 崇左

收稿日期: 2024年11月28日; 录用日期: 2024年12月26日; 发布日期: 2025年1月15日

摘要

在中学数学教学中, 反比例函数的教学是一项非常重要的教学内容, 也是中学生要掌握的重要知识点。由于中学反比例函数知识点比较抽象, 对学生的画图能力和函数理解要求较高。网络画板在中学反比例函数中的应用在很大程度上为教师教学提供了便利。基于此, 本文针对网络画板在中学反比例函数教学中的应用进行分析, 希望能够为相关的教育工作者提供有力的参考意见。

关键词

反比例函数, 网络画板, 应用研究

Research on the Application of Online Drawing Boards in the Teaching of Inverse Proportional Functions

Zhiling Zheng, Lihua Qin*

School of Mathematics and Computer Science, Guangxi Minzu Normal University, Chongzuo Guangxi

Received: Nov. 28th, 2024; accepted: Dec. 26th, 2024; published: Jan. 15th, 2025

Abstract

In middle school mathematics teaching, the teaching of inverse proportional functions is a very important teaching content and also an important knowledge point that middle school students need to master. Due to the abstract nature of knowledge about inverse proportional functions in middle school, there is a high demand for students' drawing ability and understanding of functions. The application of online drawing boards in middle school inverse proportional functions has greatly provided convenience for teachers' teaching. Based on this, this article analyzes the application of online drawing

*通讯作者。

boards in teaching inverse proportional functions in middle schools, hoping to provide strong reference opinions for relevant educators.

Keywords

Inverse Proportional Function, Online Drawing Board, Application Research

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

近年来, 基于基础教育改革的大环境下, 教育信息化已经成为推动我国教育事业发展的新动力, 动态应用软件的发展对信息化和课程教育的融合产生了深远的影响。《义务教育数学课程标准(2022年版)》[1]的教学理念中, 明确了“推动数学教学与信息技术的有机结合”, 运用现代计算机技术, 为学习者创造丰富多彩的数学教育资源, 设计出富有活力的教学活动, 从而推动数学教学方式和方法的改革。《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010~2020)》[2]提出了“推进教育信息化”的要求, 加强信息化的运用, 增强教师的信息化能力, 更新教育理念, 改善教育方式, 以达到提高教育质量的目的。在数学课堂中合理运用信息化教学工具不仅可以有效地提升课堂效能, 将抽象难懂的知识直观呈现, 还可以改善教师的教学方式, 培养学生的数学综合素养, 提高学生的探究能力。在解决现实问题的过程中, 创造出一个合理的信息化学习情境, 从而提高学生的探索积极性, 拓宽他们的眼界, 激发他们的想象力, 从而使他们的信息素质得到提高。

网络画板是在“超级画板”的基础上, 为了满足教育信息化的发展, 而开发出来的一个更新的、动态的数学软件工具, 它继承了“超级画板”的优点, 同时还与互联网时代的资源共享等特性相融合[3]。网络画板拥有着强大的2D和3D动态作图功能、运算和测量功能、轨迹和迭代功能等多种功能, 具有开放性、共享性等特点, 将网络画板运用到数学教学当中, 可以转变教学模式, 推动数学教学的改革, 由原来学生一味地被动接受学习、机械学习的教学模式, 转变为学生自主探究、再创造的主动学习的教学模式, 推动了信息技术与数学学科教学的深度融合, 为信息化教育提供了教学方案。网络画板在中学数学教学中的研究, 可以应用于函数[4][5]、几何[6][7]以及制作动态轨迹[8][9]等。

反比例函数是初中九年级数学的重难点内容, 关于反比例函数的研究, 很多学者致力于探索反比例函数在教学方面的研究、反比例函数与其他函数相结合的应用等。比如文献[10]研究了反比例函数与一次函数图像交点的坐标特征及其相关的应用; 文献[11]研究了反比例函数与图形面积相结合的问题。反比例函数对学生的几何直观、抽象能力要求比较高, 学生往往感到比较困难甚至惧怕。网络画板具有动态演示功能, 可以将复杂、抽象的问题形象化、可视化, 有助于学生直观理解知识, 探索解决问题的思路。文献[12]利用网络画板研究了反比例函数的图像与性质; 文献[13]应用 GeoGebra 探究了反比例函数的图像和性质。因此, 如何提高学生对反比例函数的学习兴趣, 帮助学生学习反比例函数的相关知识, 本研究将以网络画板作为教学工具, 将其与反比例函数进行融合, 打造创新课堂。

2. 网络画板在反比例函数教学中的案例研究

案例一: 探究反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像和性质

传统教学描点法绘制函数图像呈现函数的连续性显得过于牵强, 函数图像的伸缩变换、平移变换过程等难以呈现, 静态黑板、人工绘图不能较好地体现数形结合思想的作用, 且存在作图速度慢、不精确等问题。因此, 借助网络画板作为教学辅助工具, 在函数教学中充分渗透数形结合思想, 为学生学习降低难度, 提高学习效率。本节选取反比例函数的图像和性质作为例子进行分析, 对反比例函数的图像和性质教学进行详细的分析。

1) 在网络画板上拖动控制 $k_i, i=1, 2$ 值的滑杆, 不断改变 $k_i, i=1, 2$ 值的大小, 可以发现当 $k > 0$ 时, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像始终分布在第一、三象限; 当 $k < 0$ 时, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像始终分布在第二、四象限。在双曲线的两侧随机分别找两个点 P 和 Q , 分别用测量功能测出它们的坐标, 然后分别挪动 P 、 Q 两点的位置, 可以发现当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小; 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 如图 1、图 2 所示。在同一坐标轴取三个不同的参数 k 值, 分别绘制出函数图像, 由图像可以直观地看到 $|k|$ 越大, 函数图像离坐标轴越远, 如图 3、图 4 所示。

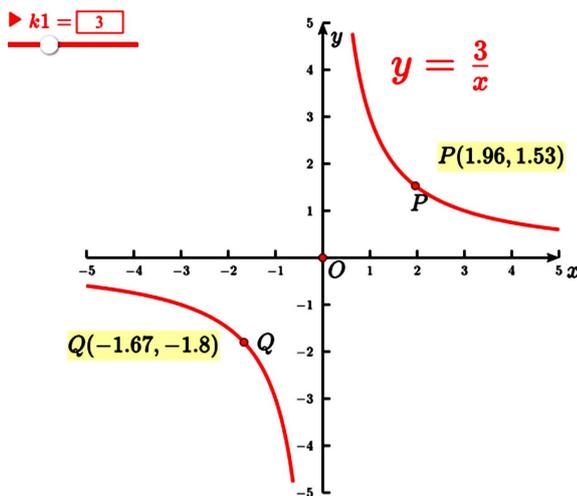


Figure 1. Graph of function change when $k > 0$

图 1. 当 $k > 0$ 时的函数变化图

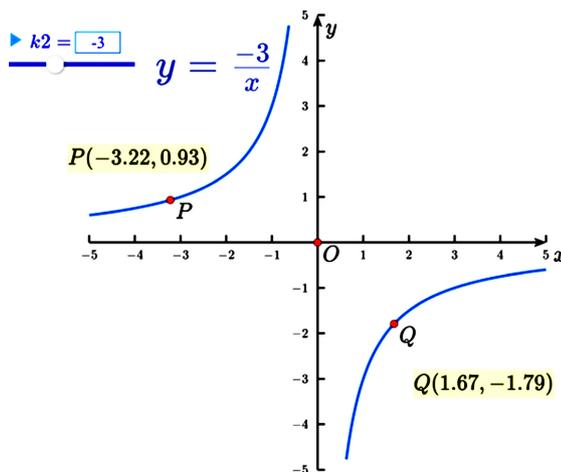


Figure 2. Graph of function change when $k < 0$

图 2. 当 $k < 0$ 时的函数变化图

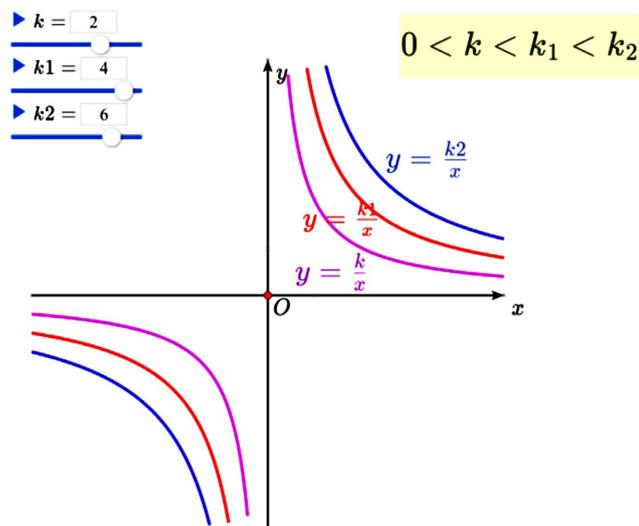


Figure 3. Graph of the function when $0 < k < k_1 < k_2$
图 3. 当 $0 < k < k_1 < k_2$ 时的函数图像

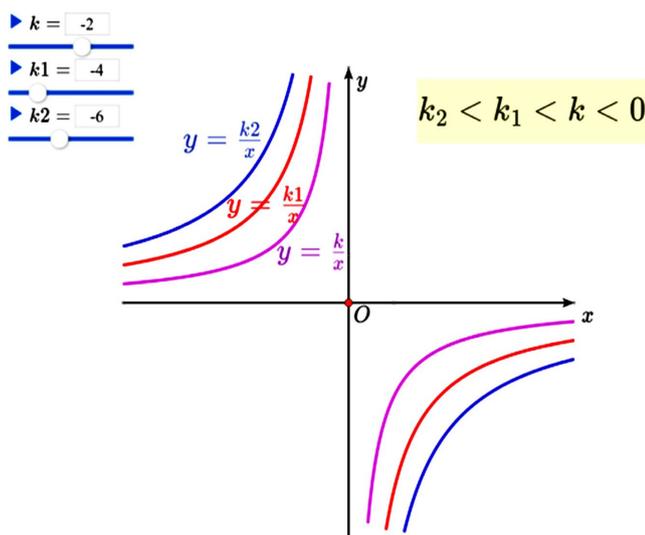


Figure 4. Graph of the function when $k_2 < k_1 < k < 0$
图 4. 当 $k_2 < k_1 < k < 0$ 时的函数图像

2) 如图 5、图 6 所示, 当 $k > 0$ 时, 在双曲线上随机取一个点 V , 利用网络画板的变换功能作关于原点 O 的中心对称点 W , 发现点 W 在双曲线的另一支。当 $k < 0$ 时, 重复以上操作可以得到点 R 关于原点 O 的中心对称点 S 在双曲线的另一支, 由此可以得出反比例函数图像是关于原点中心对称的。当 $k > 0$ 时, 在双曲线上随机取一个点 V , 再建立一个正比例函数 $y = -x$, 并且将 $y = -x$ 标记为对称轴, 然后利用网络画板的功能作点 V 关于对称轴的对称点 X , 可以直观地看到点 X 在双曲线的另一支上。当 $k < 0$, 在双曲线上随机取一个点 R , 再建立一个正比例函数 $y = x$, 我们将 $y = x$ 标记为轴, 然后利用网络画板作点 R 关于轴的对称点 T , 可以直观地看到点 T 在双曲线上。由此可以得出当 $k > 0$ 时, $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 关于直线 $y = -x$ 轴对称; 当 $k < 0$ 时, $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 关于直线 $y = x$ 轴对称。

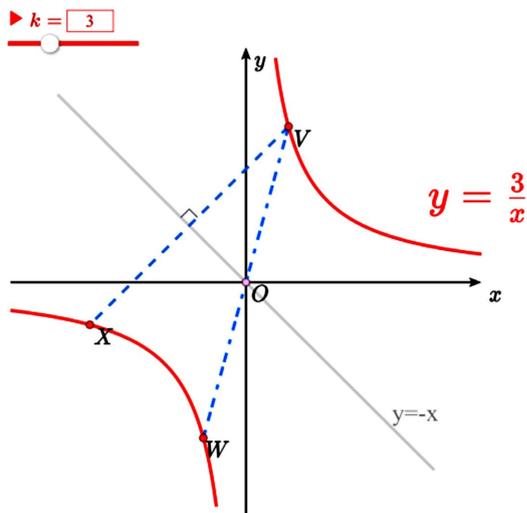


Figure 5. When $k > 0$, the graph of the function is symmetric about the center of the origin
 图 5. 当 $k > 0$ 时, 函数图像关于原点中心对称

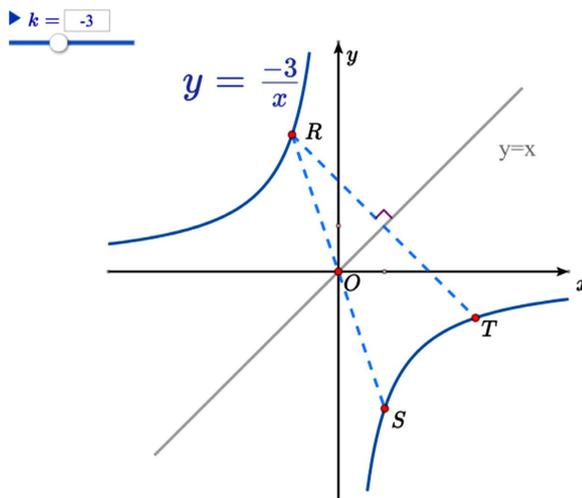


Figure 6. When $k < 0$, the graph of the function is symmetric about the center of the origin
 图 6. 当 $k < 0$ 时, 函数图像关于原点中心对称

利用网络画板的功能研究反比例函数的图像和基本性质。通过不同的 k 值让学生深刻理解函数图像分布所在的象限, k 值不断地靠近 0, 函数图像也一直在发生改变, 反比例函数图像无限接近坐标轴, 但始终不与坐标轴相交。通过直接演示作图像上点的对称点和中心对称点, 让学生对反比例函数图像是中心对称和轴对称图形有更加直观深刻的认识。在同一坐标轴设置三个不同的 k 值, 分别绘制出函数图像, 可以让学生清晰直观地得出结论 $|k|$ 越大, 函数图像离坐标轴越远, 而不是通过机械的死记硬背, 使结论更加清晰明了, 让学生更容易接受。

案例二: 探究反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ k 的几何意义和面积模型

如图 7 所示, 在网络画板上先固定 k 的值, 不断在双曲线上挪动点 B 的位置, 可以观察到矩形 $ABCD$ 的面积始终没有改变, 且面积等于 $|k|$ 。因为设 $B(x_1, y_1)$, $DC = |x_1|$, $DA = |y_1|$, $S_{\text{矩形}ABCD} = DC \cdot DA = |x_1| \cdot |y_1| = |x_1 y_1| = |k|$ 。如图 8 所示, 首先在网络画板上固定 k 的值, 然后不断在双曲线

的图像上挪动点 A 的位置, 可以观察到三角形 ABC 的面积始终没有改变, 且等于 $\frac{|k|}{2}$ 。设 $A(x_2, y_2)$, $BC = |x_2|$, $AB = |y_2|$, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AB = \frac{1}{2}|x_2||y_2| = \frac{1}{2}|x_2y_2| = \frac{|k|}{2}$ 。

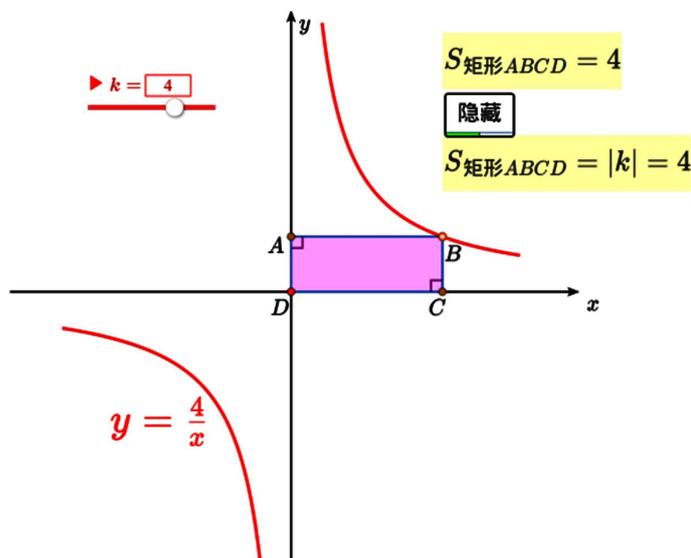


Figure 7. Variation of matrix area when k is fixed
图 7. 当 k 值固定时, 矩阵面积的变化情况

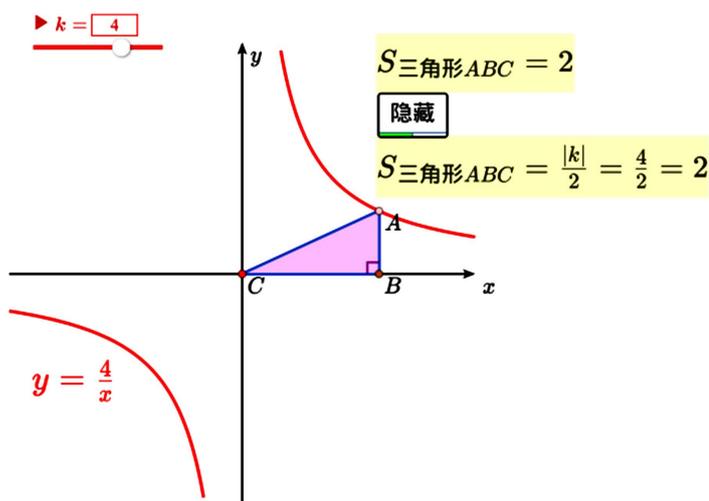


Figure 8. Variation of triangle area when k is fixed
图 8. 当 k 值固定时, 三角形面积的变化情况

如图 9 所示, 固定 k 值, 通过网络画板动态演示挪动 A 点、 D 点, 或者改变 k 值, 测量出三角形 ADC 的面积和梯形 $ADEB$ 的面积, 发现 $S_{\triangle ADC} = S_{\text{梯形}ADEB}$ 。

推理过程: 设 AB 交 CD 于点 F , $S_{\triangle ACF} = S_1$, $S_{\triangle CFB} = S_2$, $S_{\text{梯形}FDEB} = S_3$, $S_{\triangle AFD} = S_4$, 因为 $S_{\triangle ACB} = S_{\triangle DEC}$, 所以 $S_1 + S_2 = S_2 + S_3$, 即 $S_1 = S_3$, 故 $S_{\triangle ACF} = S_{\text{梯形}FDEB}$ 。如图 10 所示, 用网络画板的测量功能测量三角形 ABC 的面积。通过固定 k 值, 在双曲线上不断移动 A, B 两点或者固定 A, B 两点, 不断改变 k 值, 都可以得出面积为 $S_{\triangle ABC} = 2|k|$ 。推理过程: 设 $A(a, b)$, 则 $ab = k$, $B(-a, -b)$, 所以 $AC = 2|b|$, $BC = 2|a|$,

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2|a| \cdot 2|b| = 2|k|。$$

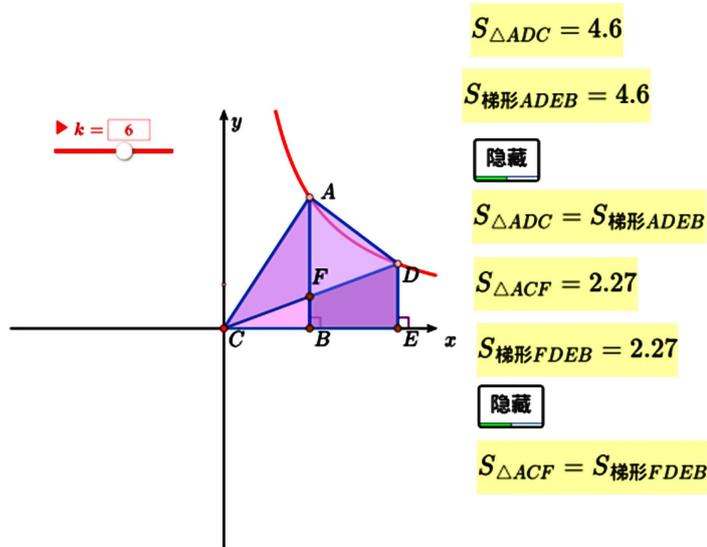


Figure 9. Relationship between the area of triangle ABC and quadrilateral ABED when k is fixed
 图 9. 当 k 值固定时, 三角形 ABC 与四边形 ABED 面积的关系

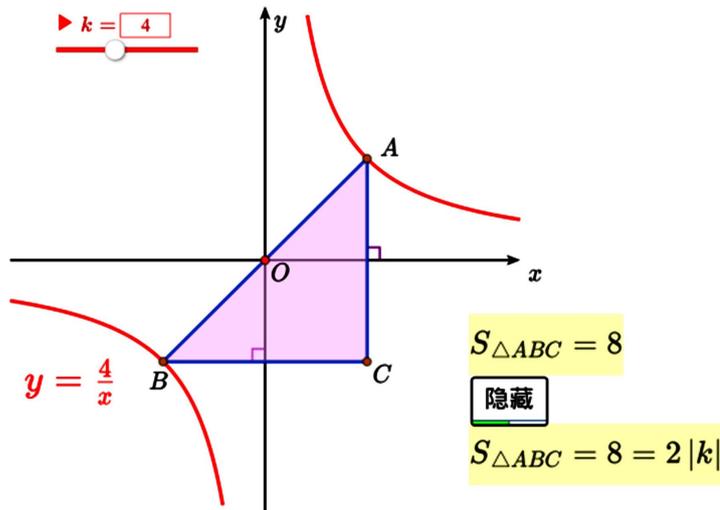


Figure 10. Demonstration diagram of calculating the area of triangle ABC on the network drawing board
 图 10. 网络画板计算三角形 ABC 面积的演示图

如图 11 所示, 固定三角形 AOB , 三角形 ABC 是移动的, 在 x 轴上不断移动 C 点, 利用网络画板的测量功能可以得出 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABC} = \frac{|k|}{2}$ 。因为三角形 ABC 与三角形 AOB 同底等高, 因为

$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OB \cdot AB = \frac{|k|}{2}$, 所以 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABC} = \frac{|k|}{2}$ 。同理, 如图 12 所示, 在网络画板设置动画, 在 x 轴上移动地动态展示线段 CD , 并且通过测量功能可以得出结论: $S_{\square ABCD} = S_{\text{矩形}ABOE} = |k|$ 。因为平行四边形 $ABCD$ 与矩形 $ABOE$ 同底等高, 而 $S_{\square ABCD} = AB \cdot OB$, 所以 $S_{\square ABCD} = S_{\text{矩形}ABOE} = |k|$ 。

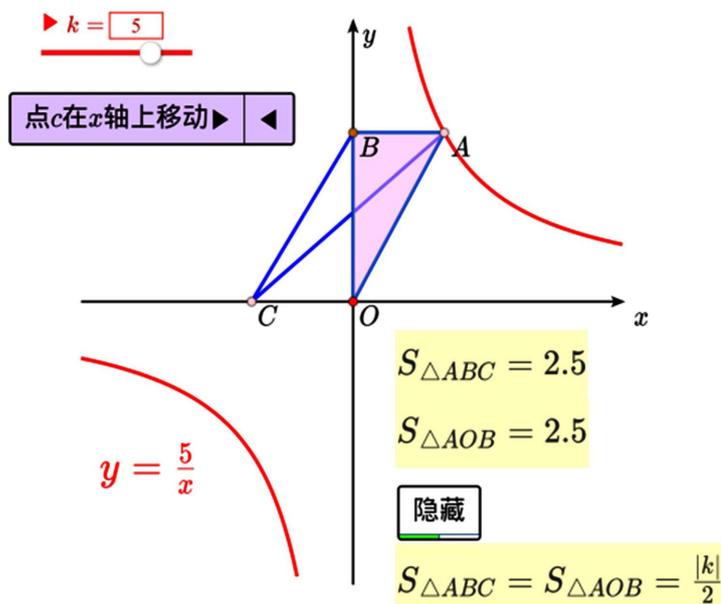


Figure 11. Relationship between triangle ABC and triangle AOB area
图 11. 三角形 ABC 与三角形 AOB 面积的关系

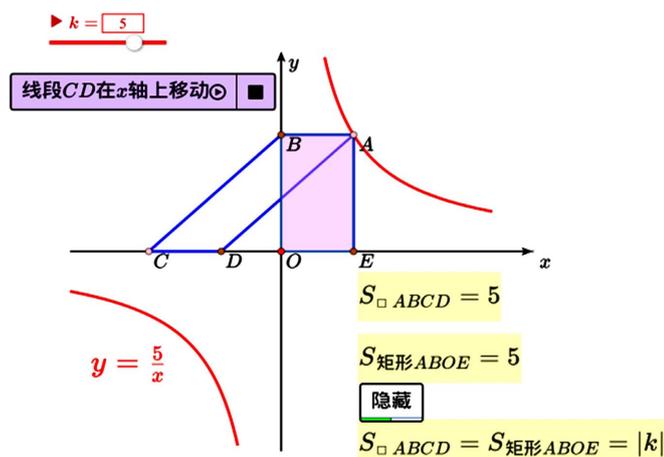


Figure 12. relationship between the area of quadrilateral ABCD and quadrilateral ABOE
图 12. 四边形 ABCD 与四边形 ABOE 面积的关系

设计意图:

1) 当 k 值固定时, 不断改变动点的位置, 矩形面积始终与 $|k|$ 相等。不断改变参数 k 的大小, 可以观察到矩形面积始终与 $|k|$ 相等。此时可以让学生归纳出结论: 过双曲线上任意一点分别作 x 轴、 y 轴的垂线, 与坐标轴所围成的矩形面积为 $|k|$, 这使学生对结论的理解更为直观。

2) 当 k 值固定时, 不断改变动点的位置, 三角形的面积始终等于 $\frac{|k|}{2}$ 值, 通过不断改变参数 k 的大小, 可以观察到矩形面积始终与 $\frac{|k|}{2}$ 相等。由此可以让学生归纳出结论: 过双曲线任意一点向坐标轴作一条垂线, 连接该点与原点, 与坐标轴围成的三角形面积等于 $\frac{|k|}{2}$ 。相比只有传统枯燥的推理证明, 网络画板的

动态效果能让学生积极参与到学习中, 生动直观的演示更容易吸引学生的注意力, 激发学生的学习兴趣。

3. 结语

反比例函数的面积问题一直是初中函数的难点问题, 而通过网络画板的动态演示过程, 突破了传统教学中的局限性, 学生可以直观地感受到点的移动对面积变化的影响。这样展示有助于学生更好地掌握反比例函数面积模型, 为后续解决实际问题打下坚实的基础。在利用网络画板演示测量出结论之后, 接着教师再用严谨的逻辑推理来验证所得的结论, 这样的上课模式, 有利于激发学生的探究热情与学习兴趣, 极大地提高了课堂效率。

基金项目

2024 年大学生创新创业项目“初中数学虚拟教具的研发与应用研究——以函数为例”(S202410604037)。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [2] 中共中央办公厅, 国务院办公厅. 关于印发《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010-2020 年)》的通知[EB/OL]. (2010-07-29) http://www.gov.cn/jrzq/2010-07/29/content_1666937.htm, 2022-03-04.
- [3] 李粉香. 互联网背景下高等数学教学理论与实践——评《互联网 + 动态数学: 网络画板推进数学教学变革》[J]. 中国科技论文, 2022, 17(3): 363.
- [4] 邵俊雯, 刁露, 杨晓芳. 网络画板在初中二次函数中的应用[J]. 内江科技, 2022, 43(7): 16, 38.
- [5] 林瑞记. 网络画板在高中数学三角函数教学中的应用[J]. 新育, 2023(20): 65-67.
- [6] 蒋余希, 李明树. 基于网络画板的有效教学课例分析——以《探究几何图形中分点问题》为例[J]. 中学数学杂志, 2023(10): 36-40.
- [7] 陈琪. 网络画板在初中数学教学中的应用——以“特殊平行四边形”为例[J]. 数学之友, 2023, 37(15): 80-82.
- [8] 陈琴. 巧用网络画板探究动点轨迹问题——以 2023 广州中考模拟试题中的动点问题为例[J]. 中学数学研究(华南师范大学版), 2024(8): 48-50.
- [9] 李健雄. 借助网络画板探究点运动的路径——以 2018 年贵阳市的一道中考题为例[J]. 数理化解题研究, 2023(35): 95-97.
- [10] 熊鸿飞. 反比例函数与一次函数图像交点的坐标特征及其应用[J]. 中学数学, 2014(4): 95-97.
- [11] 陈淑梅. 反比例函数与图形面积相结合问题解析[J]. 数学学习与研究, 2013(3): 124-125.
- [12] 白东云. 网络画板在初中课堂中的应用探究——以“反比例函数的图像与性质”为例[J]. 中学数学教学参考, 2022(30): 69-70, 78.
- [13] 刘会艳, 孙书贞. 应用 GeoGebra 探究“反比例函数的图像和性质”教学[J]. 中国现代教育装备, 2021(14): 48-50.