

学校代码: 11078



学 号: 2112106001

广州大学

硕士学位论文

题目: 基于网络画板的中学生空间观念培养研究

学 生 类 型: ☒ 学术学位硕士
☐ 专业学位硕士

学 位 论 文 作 者: 高静晖

导 师 姓 名 及 职 称: 郭四稳 教授

学 院: 计算机科学与网络工程学院

学 科 专 业: 教育技术学

论 文 提 交 日 期: 二〇二四 年 五 月

学校代码: 11078

学 号: 2112106001

广州大学硕士学位论文

基于网络画板的中学生空间观念培养研究 Research on the Cultivation of Middle School Students' Spatial Concepts Based on NetPad

高静晖

学 科 专 业 : 教育技术学

研 究 方 向 : 智能教育软件的研究与应用

论 文 答 辩 日 期 : 2024年5月25日

指 导 教 师 (签 名) : _____

答辩委员会主席 (签名) : _____

答辩委员会委员 (签名) : _____

摘要

随着教育数字化转型的全面推进，信息技术与学科教学的融合创新已成为当前教育信息化的主题，如何利用信息技术促进学科核心素养是人们广泛关注的问题。空间观念作为义务教育阶段数学核心素养的重要组成部分之一，对学生理解图形与几何以及解决实际问题至关重要。然而，当前中学空间观念教学仍面临知识概念抽象、教学手段单一、师生互动不足等挑战。

基于此，本研究聚焦于利用深入学科的信息技术培养学生空间观念，构建基于动态几何软件“网络画板”的中学生空间观念培养策略，旨在为中学空间观念培养提供理论支持与实践参考。具体而言，本研究的主要工作包括：

（1）调查中学生空间观念的教学现状。结合研究目的编制学生空间观念的问卷，在广州市 T 中学开展调查，以深入了解学生空间观念水平。制定教师访谈提纲并邀请一线教师进行访谈，调研教师在空间观念培养教学时整合信息技术的情况。调查结果作为构建和实施基于网络画板的中学生空间观念培养策略提供现实依据。

（2）划分中学生空间观念水平，构建学生空间观念的培养策略。参考课程标准和范希尔几何思维理论，将中学生空间观念划分为三水平：基础感知、形象化转换、抽象理解。基于该划分及学生空间观念水平现状，制定基于网络画板的中学生空间观念培养策略。该策略将网络画板深度融合于课前准备、课堂教学和课后巩固三个环节，其中课堂教学包括四个阶段，强调教师引导启发与学生绘制探究相结合。

（3）开展中学生空间观念培养教学实验。基于构建的培养策略，在广州市 T 中学进行了为期近两个月的教学实验。实验班（43 人）采用上述培养策略进行教学，对照班（40 人）采用传统教学方法。根据空间观念水平的不同层次设计了前后测试卷，测试数据显示两个班级学生的空间观念均达到基础感知水平。相较于对照班，实验班形象化转换水平和抽象理解水平的得分率更高，反映出实验班学生空间观念有更出色的水平表现。实验结果表明，基于网络画板的培养策略能有效促进学生空间观念的发展。此外，该策略还有助于提升教师信息素养，推动信息技术与学科教学的融合创新。

关键词：网络画板；空间观念；中学数学；培养策略

ABSTRACT

With the comprehensive advancement of digital transformation in education, the integration and innovation of information technology and subject teaching have become the current theme of education informatization, and how to use information technology to promote the core literacy of subjects is an issue of wide concern. Spatial conception, as one of the important components of core literacy in mathematics at the compulsory education stage, is crucial for students to understand graphics and geometry as well as to solve practical problems. However, the current teaching of spatial concepts in secondary schools still faces challenges such as abstract knowledge concepts, single teaching methods, and insufficient teacher-student interaction.

Based on this, this study focuses on utilizing in-depth information technology to cultivate students' spatial concepts, and constructs a strategy for cultivating students' spatial concepts based on the dynamic geometry software "NetPad", to provide theoretical support and practical reference for the cultivation of spatial concepts in secondary schools. Specifically, the main tasks of this study include:

(1) Investigating the current situation of teaching spatial concepts to secondary school students. A questionnaire on students' spatial conception is compiled for the purpose of the study, and a survey is conducted at T Middle School in Guangzhou City to gain a deeper understanding of the level of students' spatial conception. Developing teacher interview outlines and inviting front-line teachers to conduct interviews to investigate teachers' integration of information technology when teaching spatial conceptualization. The results of the survey provide a realistic basis for the construction and implementation of spatial concept development strategies for secondary school students based on NetPad.

(2) Classifying the level of spatial concepts of middle school students and constructing strategies for the development of students' spatial concepts. Concerning the curriculum standards and Van Hil's theory of geometric thinking, the spatial conception of secondary school students is divided into three levels: basic perception, figurative conversion, and abstract understanding. Based on this categorization and students' current level of spatial

concepts, we formulate a strategy to cultivate secondary students' spatial conception based on NetPad. The strategy deeply integrates NetPad into the three stages of pre-course preparation, classroom teaching, post-course consolidation, in which the classroom teaching consists of four phases, emphasizing the combination of teacher guidance and inspiration and student drawing and exploration.

(3) Conducting teaching experiments on the cultivation of spatial concepts among secondary school students. Based on the constructed cultivation strategy, a nearly two-month teaching experiment was conducted at T Middle School in Guangzhou City. The experimental class (43 students) was taught with the above strategies, while the control class (40 students) was taught with the traditional "blackboard+pencil and paper" method. Pre- and post-tests were designed according to the different levels of spatial conceptualization, and the test data showed that the spatial concepts of the students in both classes reached the basic level of perception. Compared with the control class, the experimental class scored higher on the level of figurative conversion and the level of abstract comprehension, reflecting that the students in the experimental class had a better level of performance in spatial conception. The experimental results show that the cultivation strategy based on NetPad can effectively promote the development of students' spatial concepts. In addition, this strategy also helps to improve teachers' information literacy and promote the full integration of information technology in subject teaching.

Keywords: NetPad, Spatial Concepts, Secondary Mathematics, Developmental Strategy

目 录

第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究内容与意义.....	3
1.3 研究问题与方法.....	5
1.4 研究框架.....	6
第 2 章 研究综述及理论基础	9
2.1 空间观念相关研究.....	9
2.2 动态几何软件相关研究.....	12
2.3 研究理论基础.....	19
2.4 本章小结.....	23
第 3 章 中学生空间观念的教与学现状分析	25
3.1 中学生空间观念水平现状的问卷设计	25
3.2 中学生空间观念水平现状问卷结果分析	27
3.3 中学生空间观念的教学现状访谈	35
3.4 中学生空间观念的水平教与学现状总结	38
3.5 本章小结.....	39
第 4 章 中学生空间观念水平划分及培养策略构建	41
4.1 中学生空间观念课程内容分析与设计	41
4.2 中学生空间观念水平划分	43
4.3 基于网络画板的中学生空间观念培养策略	44
4.4 本章小结.....	52
第 5 章 基于网络画板培养中学生空间观念的教学实验	53
5.1 实验设计.....	53
5.2 前测成绩分析.....	57
5.3 教学案例设计.....	58
5.4 后测实验结果分析.....	62
5.5 本章小结.....	69
第 6 章 总结与展望	71
6.1 研究结论.....	71
6.2 研究局限与不足.....	72
6.3 研究展望.....	73
参考文献.....	75
附录 1 中学生空间观念水平现状调查问卷	79
附录 2 空间观念教学现状的访谈提纲	81

附录 3 中学生空间观念知识前测测试卷	83
附录 4 中学生空间观念知识后测测试卷	89
附录 5 《方向与位置》教学案例设计	95
附录 6 《图形的变换》教学案例设计	99

第1章 绪论

1.1 研究背景

1.1.1 空间观念作为核心素养的提出

改革开放以来，随着社会持续发展和时代变迁，我国对人才培养的需求也逐步升级。针对这一变化，基础教育课程教学改革进行了深入的探索。2014年4月，教育部发布《教育部关于全面深化课程改革落实立德树人根本任务的意见》^[1]，首次明确提出“核心素养”的概念，并将其确立为深化课程改革、实现立德树人目标的核心任务。核心素养自此成为修订课程标准、评估学业质量的重要依据。从最初的“双基”教学，到注重培养三维目标，再到如今强调培育核心素养，这一转变清晰地反映了我国基础教育课程目标从学科知识到学科本质，再到学科育人价值的不断深化^[2]。

2022年，中国教育部颁布《义务教育数学课程标准（2022年版）》^[3]，该标准明确提出了以核心素养为导向的课程目标，指出核心素养的发展具有整体性、一致性和阶段性特征，以及核心素养在不同教育阶段呈现出不同的表现形式。《义务教育数学课程标准（2022版）》界定初中阶段学生数学核心素养分别为：抽象能力、运算能力、几何直观、空间观念、推理能力、数据观念、模型观念、应用意识和创新意识。其中，根据历年来教育部颁布各项中学数学教学大纲^[4]，空间观念始终被列为学生应当培养的核心能力之一，凸显了其在数学教育中的重要性。同时，空间观念作为义务教育阶段培养学生初步的创新精神和实践能力的一个重要学习内容，如何使中学生的空间观念在数学学习中得到更好地培养和提升应值得深入探讨和关注。

1.1.2 深入数学学科的信息技术——动态几何软件

当前，“十四五”规划逐步落实，教育信息化在新时代正迈向成熟，其中，大数据、人工智能等技术在数学教育中发挥着越来越重要的作用^[5]。《义务教育数学课程标准（2022版）》的课程实施建议，数学教育应明确信息技术与数学课程深度融合的要求，以及相关信息技术对数学教学改革的重要推动作用。这并非意味着将信息技术仅

仅作为辅助工具，而是要实现其与课程资源、人力资源的有机结合，创新教学方式。这种整合强调将信息技术作为教学中促进学生自主学习的认知工具和情感激励工具，充分调动学生主动性与积极性，锻炼学生的创新思维与核心素养^{[6][7]}。因此，持续深化信息技术在数学教学中的融合，借助人工智能技术为教育赋能，对于提升教师教学水平、促进学生核心素养的发展至关重要。

张景中院士将数学教学中的信息技术划分为普适信息技术、常用信息技术和专题活动所需信息技术三类^[8]。由于普适性的信息技术较难满足数学教学活动中作图、测量、计算、变成及制作课件或演示现成课件等需求，为了呈现出数学“变化中的不变”的道理，动态几何软件应运而生，辅助教师更加直观便利地开展各项教学活动。通过引入动态几何软件深化数学教学^[9]，不仅有效激发学生的学习兴趣 and 主动性，还能激活学生的动态想象力。此外，还丰富了教学手段，提高了教学质量，促进信息技术与数学课程的深度融合，使得数学教学更加符合时代发展的需要。

1.1.3 当前中学生空间观念培养存在的问题

《义务教育数学课程标准（2022 版）》中表明学生空间观念的培养与发展主要聚焦于“图形与几何”这一核心板块^[10]。在“几何图形初步”的学习中，学生需要掌握不同图形的形状与特征；通过“图形的变换”的学习，感知图形的运动规律与变化特点；而在“方向与位置”中，学生则需要能够表达并理解物体的空间位置及其相互间的关系，进而促进空间观念的形成。

然而，目前中学空间观念的培养存在一些问题：首先，教学方法传统且缺乏多样性^[11]：受教学环境和教具限制，数学几何课程的呈现方式显得单调乏味。教师在传授过程中，往往未能充分考虑到空间观念的实践性与体验性，对于现代技术如动态几何软件、虚拟现实等利用不足。这种单一的教学方式可能导致学生学习兴趣的缺失，进而影响到其主动性和探索精神。其次，师生互动不足，缺乏有效引导^[12]：一些教师在授课时，未能与学生建立起有效的互动机制，也没有给予学生足够的思考和讨论空间。仅仅是简单的提问与回答，难以激发学生的深入思考，也无法有效培养其独立思考和立体空间想象的能力。最后，空间观念所涉及的知识内容往往较为抽象，学习难度较大。在探索三维空间的过程中，学生需要构建起对点、线、面、体等元素的深刻认识，

并理解它们之间的复杂关系。然而，这些关系在二维平面的教学环境中往往难以直观展现，导致学生难以将抽象的几何知识转化为具体形象或模型。

针对当前中学生空间观念培养存在的问题，本研究主张在中学数学课堂中更深入地引入与数学学科相关的信息技术手段。具体而言，借助动态几何软件“网络画板”，优化与“空间”概念紧密相关的教学内容，为学生创造一个更为直观、生动的学习环境。在这样的环境中，学生可以“全方位”地观察图形的特征，并“实时跟踪”图形的动态变化过程。动态几何软件能够帮助学生将脑海中的抽象概念具象化，直观呈现空间关系，从而有效发展和提升学生的空间观念。

1.2 研究内容与意义

1.2.1 研究内容

本研究立足于信息技术与数学课堂的深度融合背景，探索基于网络画板的中学生空间观念教学策略，培养和提升初中生的空间观念，具体研究内容如下：

（1）通过问卷调查和教师访谈，了解初中生空间观念的水平现状及数学课堂的教学情况。与一线教师深入交流，进一步探讨教师在空间观念培养教学时整合信息技术的情况。

（2）基于上述调研结果，划分中学生空间观念水平，构建利用网络画板培养初中生空间观念的教学策略。在策略实施过程中，选取人教版初中数学教材中与空间观念密切相关的知识点，如“立体图形初步”、“图形的变化”以及“方向与位置”，并结合提出的教学策略进行教学设计。

（3）开展具体的教学实践。基于构建的培养策略，在广州市 T 中学进行了为期近两个月的教学实验，选取该中学七年级两个空间观念水平相近的班级，一班作为网络画板实验班（43 人），另一班采用传统教学方式（40 人）。经过为时近两个月的教学实践，运用数据分析软件对两班学生的前后测成绩进行了详尽的对比，以揭示学生空间观念水平在实验前后的具体变化，以进一步分析基于网络画板的中学生空间观念培养策略对中学生的具体影响。

1.2.2 研究意义

（1）理论意义

在信息技术与学科课程深度融合的时代背景下，越来越多教育研究者投身探索动态几何软件在数学几何教学中的作用。尽管已有研究从宏观角度探讨了动态几何软件在数学教学中的应用策略，且诸多学者利用国内外先进的动态几何软件（如 GeoGebra、几何画板、网络画板等）来研究学生各项数学能力的发展，但专注于动态几何软件在培养学生空间观念方面的探索仍显不足。本研究紧密结合当前教育信息化的发展趋势，系统梳理了国内外关于中学生空间观念培养的研究文献。通过深入分析初中生空间观念的教学现状和网络画板在数学几何中培养学生空间观念的优势，探索在网络画板环境下培养中学生空间观念的有效教学策略。进一步在具体教学实践中验证其有效性，丰富和发展网络画板在中学生空间观念培养中的理论体系和方法论。同时，期望能为相关研究提供新的视角和启发，推动中学生空间观念培养领域的深入探索与实践。

（2）实践意义

针对动态几何环境下中学生空间观念的培养，本研究通过现状调查，对学生空间观念水平进行划分，并构建基于网络画板的培养策略。运用所构建的培养策略进行了教学实验，形成了利用网络画板培养学生空间观念的典型案例，旨在为中学空间观念教育提供有益的参考。具体而言，本研究的实践意义体现在两个方面：1）为培养学生空间观念的方式转变提供了策略性的参考。通过创设生动、活泼的课堂氛围，激发了学生学习图形与几何的积极性。借助动态几何技术，将数学几何中原本抽象、难以理解的内容以直观、立体的方式呈现出来，从而吸引了学生的注意力，提升了他们在课堂上的参与度。这种教学方式有助于学生实现从“想象”到“视觉呈现”的转变，深化了他们对空间观念的理解。2）促进了信息技术与课程的深度融合。在信息化时代，社会对每个人的信息技术运用能力都提出了要求。在动态几何的教学环境中，学生不仅能够学习到新的数学知识，还能提升自身的信息素养，增强信息技术应用能力。这种融合的教学方式不仅符合时代发展的需求，也有助于培养具备综合素质的未来人才。

1.3 研究问题与方法

1.3.1 研究问题

本研究深入探讨当前中学阶段学生数学空间观念的教学实际状况，并对学生的空间观念水平进行细致划分。在此基础上，构建一套利用网络画板培养中学生空间观念的有效策略。通过以《几何图形初步》、《方向与位置》以及《图形的变换》等教学内容为具体案例，将详细探讨在实际教学过程中网络画板对学生空间观念的教学成效。此外，通过收集并分析学生测试卷数据，进一步评估所构建的培养策略对学生空间观念的实际影响。本研究主要关注以下问题：

（1）当前义务教育阶段中，学生在数学空间观念方面的水平状况究竟如何？同时，教师们在培养学生的空间观念时，是否将信息技术与数学课程进行了深度融合？

（2）如何运用动态几何软件“网络画板”来构建一套针对中学生空间观念培养的有效策略？该策略在实际教学中是否能够对学生的空间观念产生积极且显著的教学效果？

1.3.2 研究方法

（1）文献研究法。本研究深入挖掘知网、万方、Web Of Science 等数据库中的文献资料，对中学生空间观念、动态几何软件和教育信息化等主题进行系统的文献梳理和分析。通过对已有研究的归纳与评价，明确中学生空间观念的内涵和网络画板的应用策略，为教学策略的设计与实践提供了坚实的理论基础和经验借鉴，确保了研究的科学性、前沿性和实用性。

（2）访谈法。在广州市 T 中学选取三位数学教师进行访谈，访谈内容主要涉及教师对中学生空间观念培养的看法、面临的挑战、学校信息技术与课程整合的现状等应用情况。通过访谈，进一步了解一线教师的观点和经验，为后续研究提供了宝贵的实践视角。

（3）问卷调查法。本研究的问卷调查旨在了解中学生在空间观念方面的学习现状和空间观念水平，通过问卷收集到的数据，为构建教学策略和设计教学实践提供现实

依据。

(4) 实验研究法。在广州市 T 中学选取两个空间观念水平相近的班级，其中一个班级采用网络画板教学，为实验班，另一个班级采用传统讲授教学，为对照班。教学内容涵盖了初中数学人教版中与空间观念培养密切相关的“立体图形初步”、“图形的变化”以及“方向与位置”等知识点。在教学实践开始前，对两个班级进行空间观念水平前测，利用 IBM SPSS Statistics 26 软件对测验结果进行统计分析，确保两个班级在教学时间开始前无差异显著。随后，两个班级同步开展教学实践。实践结束后，进行后测，以评估教学策略的有效性。通过对比分析两个班级的前后测成绩，最终得出客观、全面的实验结论，验证所构建的教学策略对中学生空间观念发展的积极影响。

1.4 研究框架

1.4.1 论文章节安排

本论文由六章构成，各章具体内容如下：

第一章为绪论。主要简述了空间观念作为核心素养的提出历程，剖析信息技术融入学科教学的时代背景，随后整理当前中学生空间观念培养存在的问题与面临的挑战。同时，本章明确研究内容与研究方法，并从理论与实践两个维度探讨研究意义。

第二章研究综述及理论基础。本章首先对空间观念的内涵进行深入剖析，分析中小学生空间观念的发展特征。在此基础上，概括现有的空间观念培养策略和国内外应用动态几何软件进行数学教学的研究。通过对比三种主流动态几何软件的功能，确立网络画板在培养中学生空间观念方面的优势。最后，确定理论基础，为制定基于网络画板的中学生空间观念教学策略提供理论支持。

第三章中学生空间观念的教与学现状分析。通过问卷调查与一线教师访谈相结合的方式，全面了解当前中学生空间观念的培养情况。依据问卷数据，深入分析中学生空间观念的发展水平；结合教师访谈内容，得出当前培养中学生空间观念的教学实践现状。调查结果为后续的基于网络画板的空间观念培养策略的制定提供现实依据。

第四章中学生空间观念水平划分及培养策略构建。对中学生空间观念水平进行层次划分，为后续教学策略的制定提供参考基础。随后，以当前中学生空间观念培养现

状为参照，针对性地提出运用网络画板有效培养中学生空间观念的培养策略。

第五章基于网络画板培养中学生空间观念的教学实验。首先，详细说明教学实验的具体开展过程、实验目的与对象的选定、实验前的准备工作等。通过对学生空间观念水平前测成绩的数据分析，确定两个班级在教学干预前不存在显著差异。随后，设计具体的教学案例，对学生空间观念水平的后测成绩进行整体和各知识版块具体的统计分析，以验证基于网络画板的中学生空间观念培养策略的有效性。

第六章总结与展望。对教学实践的结果进行深入的分析，给出网络画板在数学教学中对师生的积极影响，并综述基于网络画板的中学生空间观念培养策略的成效。最后，总结研究中存在的局限与不足，并提出研究展望。

1.4.2 研究思路

首先，广泛阅读国内外众多关于动态几何软件在教学中的运用以及对学生空间观念培养影响的文献资料。通过系统地梳理和深入分析这些文献中的理论基础和教学策略，明确本研究的核心主题和理论基础，并对“空间观念”和“动态几何软件”等核心概念进行界定。在此基础上，进一步探索与空间观念评估指标相关的研究，并借鉴现有成熟的问卷和测试题，设计一套科学的调研工具，这些工具包括用于了解现状的问卷、针对教师的访谈问题以及评估学生空间观念水平的测试题，旨在深入掌握当前中学生在空间观念学习方面的实际情况。

随后，利用所设计调研工具开展现状调查。通过这一环节，了解当前中学生在空间观念方面的发展水平，以及数学教师在培养学生空间观念时如何融入信息技术的现状。调研结果旨在为后续对学生空间观念水平的划分和教学策略的制定提供现实依据。

在对理论和实际调查结果进行综合分析的基础上，划分中学生的空间观念水平，并针对网络画板这一教学环境，构建一套有效的培养中学生空间观念的教学策略。同时，设计一系列与网络画板相结合的教学课件，以供在后续实际教学中使用。

最后，进行具体的教学实践，并对实践成果进行全面的总结。在实验学校中设立实验班与对照班，并分别进行前测。随后，在实验班中实施构建的教学策略，在教学结束后进行后测。通过收集并对比两班学生在教学实践前后的空间观念成绩，得出客观的实验结论，证实所设计的教学策略对中学生的空间观念发展具有显著的积极影响。

本研究的思路框架如图 1-1 所示：

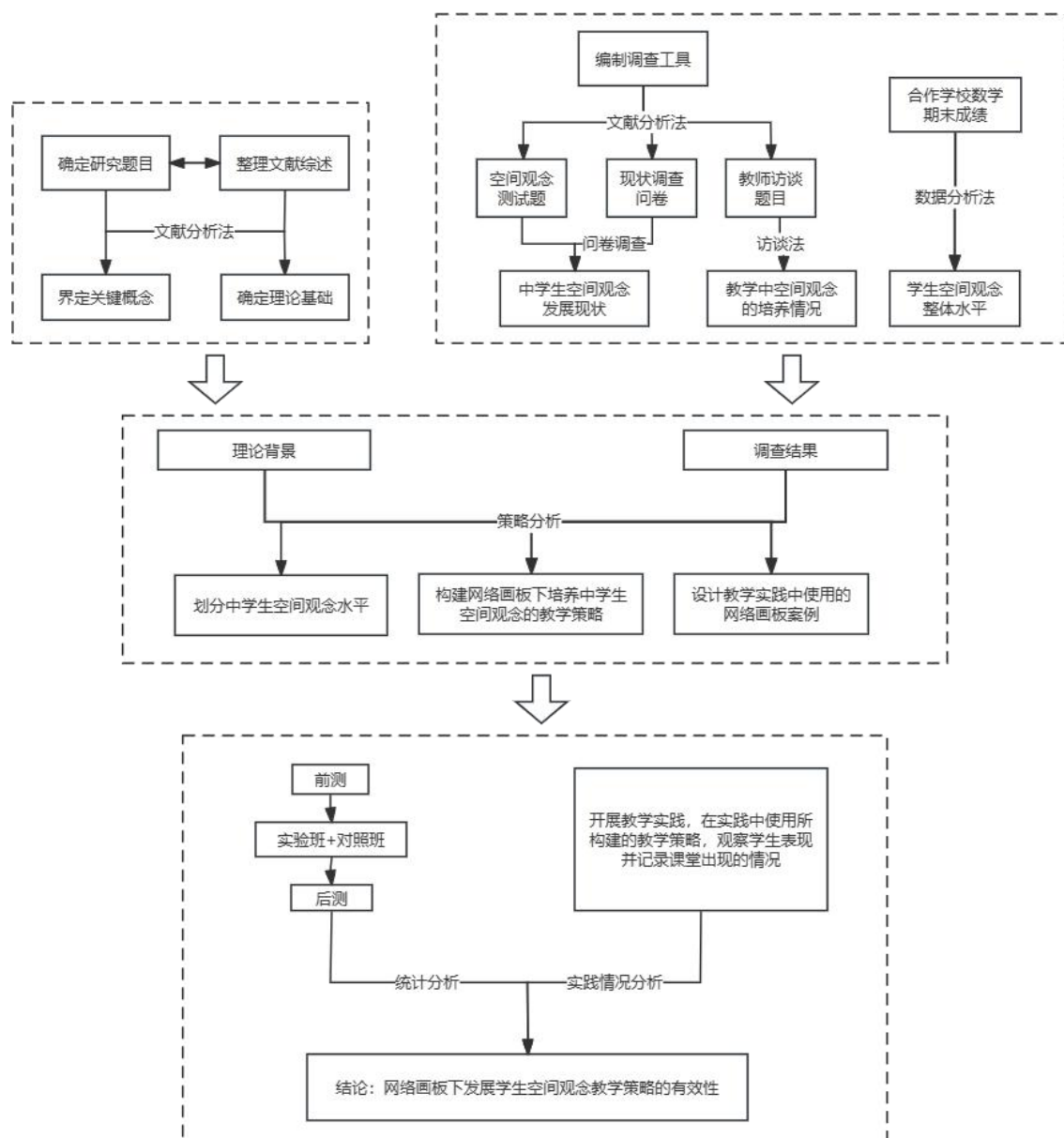


图 1-1 基于网络画板的中学生空间观念培养研究的研究思路

第2章 研究综述及理论基础

2.1 空间观念相关研究

2.1.1 空间观念的内涵

空间观念作为数学教育的核心概念，是学生对空间的基本认知与感知能力的体现。

《义务教育数学课程标准（2022年版）》定义了中小学生学习空间观念的内涵：“能够根据物体特征抽象出几何图形，根据几何图形想象出所描述的实际物体”，“想象并表达物体的空间方位和相互之间的位置关系”，“感知并描述图形的运动和变化规律”。在美国数学教师理事会的定义中，空间观念更多地侧重于对周围环境和实物的直接感知，包括对二维和三维图形及其特性的深入领会。此外，它还强调了对图形间相互关系的理解，以及图形变换所带来效果的认识^[13]。国内众多学者对空间观念的特征及其表现进行了多角度的研究与探讨：

曹才翰在《数学教育心理》一书中指出，虽然空间想象能力对学生要求颇高，但义务教育阶段的教学大纲主要聚焦于培养学生的空间观念。这一观念涵盖多个层面：从简易实物中提炼空间图形，利用空间图形反映实际物体的特征，将复杂图形拆解为基本元素，识别基本图形间的关联，以及根据文字或符号实现图形表达与绘制^[14]。

孙晓天等认为空间观念是学生主动、自觉或自动化地“模糊”二维和三维空间之间界限的一种本领，是学生对生活中的空间与数学课本上的空间之间密切关系的领悟^[15]。空间观念基础在于对周围环境的直接感知，以及对空间和平面相互关系的理解和把握。它表现为一个由低到高不断发展的过程，涉及观察、想象、比较、综合、抽象分析等多个环节，是对客观事物认识的深化过程。

王林全则强调了空间观念与学生图形处理能力之间的紧密关系^[16]。他提出，学生的空间观念与其对图形的感知、识别、判断、操作、表述、建构、想象、变换及应用等多方面能力紧密相连。具体而言，空间观念包括图形的识别与理解、分解与组合、建构与探索、运动与变换的欣赏，以及利用几何直观解决问题的能力等多个方面。

刘晓玫认为，空间观念是指留在人脑中的表象，包括物体的大小、形状和相互间的位置关系^[17]。个体能够依据物体的特征抽象出几何图形，并通过对想象出的几何体

进行描述,进一步理解和把握空间关系。此外,个体还需要理解空间物体的方位和物体之间的内在关系,从而全面把握空间观念。

韩龙淑对空间观念的表现进行了深入解析^[18],认为其包括在脑海中形成的物体几何形象、通过实际操作表达这种形象、从复杂图形中分解出基本元素及其关系,以及形成伴有形象思维的抽象思维,最终形成空间思维能力。

经过国内学者的深入研究和广泛考察,空间观念的内涵得到了全面揭示,取得了显著成果。综合各位学者的观点,并参考《全日制义务教育数学课程标准》的描述,空间观念可概括为以下四方面:一是感知和描述简单实物及其几何特征;二是图形的分解、组合与视图转换;三是识别空间物体的大小、位置和运动变化。这些表现共同构成了空间观念的核心内容,对本研究基于网络画板培养个体空间观念、促进数学学习效果评估具有重要参考价值。

2.1.2 中小学生学习空间观念发展特点研究

中小学生的空间观念发展特点是一个复杂而多维的问题,既与数学水平紧密相关,又受到性别差异等多种因素的影响。通过梳理相关文献,发现我国学者对义务教育阶段学生空间观念发展特点存在以下见解:

徐云鸿的研究揭示了小学生高年段空间观念的一些特点^[19]:学生在描述图形运动与变化方面表现出较强的能力;但在理解数学语言及运用几何直观解决问题上,能力相对较弱。此外,空间观念的水平与数学成绩之间呈现出正相关的关系。

宋乃庆等人通过分析小学生空间观念的内涵、价值及表现形式^[20],发现小学生空间观念具有直观形象性、经验过程性、抽象概括性、渐进发展性四个特点。

史坚和顾继玲自主编制空间观念测试卷调查淮安市城区重点学校和农村中学的九年级学生^[21]。结果显示,九年级学生的空间观念水平与数学成绩之间存在显著的正相关关系。这进一步验证了空间观念在数学学习中的重要性。此外,虽然性别在空间观念的发展上并未表现出显著差异,但男生的测试结果普遍优于女生。

而杨薇通过调查初中生空间观念的发展现状,发现大部分受调查学生已能达到既定课程标准,尽管他们在理解几何体截面问题上显露出了相对的不足^[22]。尤其值得注意的是,那些来自高升学率学校的学生,在空间认知能力上的发展表现得更为突出,

以此揭示出学生在空间认知能力上的发展强度与其数学学科成绩之间存在紧密的正向关联。至于性别因素对空间认知能力发展的影响,分析结果显示并无显著差异。

综上所述,义务教育阶段的学生在描述图形运动与变化方面已具备一定的能力,但在几何直观方面仍需加强。空间观念与数学成绩之间的正相关关系表明,提升学生的空间观念对于提高数学成绩具有重要意义。此外,初中阶段学生的空间观念水平上并未表现出显著的性别差异。这进一步表明,性别并非影响学生空间观念发展的唯一因素,个体差异、教学方法和学习环境等因素同样重要。因此,在制定教学策略时,本研究将综合考虑各种因素,并通过具体教学实践检验教学策略,取得最佳的实践效果,全面提升学生的空间观念水平。

2.1.3 空间观念培养策略研究

在空间观念培养策略的研究上,不同学者各有侧重,以下几种观点颇具代表性:

邵光华提出,空间想象能力具有层次性,需通过精心设计的几何教学体系来循序渐进地培养^[23]。其中,空间观念作为空间想象能力的基础,其培养尤为关键,为后续的深入发展奠定了坚实基础。这一观点凸显了空间观念在培养过程中的核心地位,为几何教学指明了方向。

杨杰军从核心素养的角度出发,深入探讨了小学生数学空间观念的培养策略^[24]。他强调,应结合生活实际,通过实物操作和感知来培养学生的空间观念。教师应善用学生的生活经验,引导他们将所学知识与实际相结合,深化对图形特征的理解。同时,注重培养学生的观察能力,提升视觉加工能力,进而增强空间感。此外,加强学生间的交流合作,激发他们对空间的深入思考。

马芳则通过对中考几何试题的分析,指出画图、视图、变换操作和图形组合分解等能力是空间观念的重要体现^[25]。她建议从这些能力考查入手,针对性地设计教学策略,以有效培养学生的空间观念。

在教育信息化的背景下,聂丽君^[26]利用 GeoGebra 等动态几何软件,探究其对小学生数学空间观念的影响,并设计了相应的教学活动。她强调注重设计 GeoGebra 动手操作环节,促进学生在该环节中不断深化对于知识本身的认识,提升自身的空间观念。

综上所述,空间观念的培养是一个多维度、综合性的课题。尽管学者们的侧重点

各异，但教学中注重实际操作、数形结合以及动态化教学等得到了广泛认同。本研究将综合运用多样化的教学，注重实际操作、数形结合与动态化教学的结合，以期利用网络画板在数学教学中更有效地培养学生的空间观念。

2.2 动态几何软件相关研究

在 20 世纪 80 年代，美国学者成功研制出首款动态几何软件，即几何画板^[27]。这款软件凭借其独特的教育功能迅速获得了全球教育学者的广泛瞩目与高度认可，充分展现了其巨大的教育价值。经过数十年的发展，如今全球范围内已有至少 40 多种动态几何软件^[28]，如 Logo、Geometer's Sketchpad、Cabri、GeoGebra、超级画板以及网络画板等，它们在教学实践中的应用愈发广泛。国外学者对动态几何技术的应用进行了深入研究，探讨其对学生学习成绩、数学能力及学习心理等多方面的影响，这些研究为动态几何软件在数学教学领域的深入应用提供了宝贵的理论支撑和实践指导。

2.2.1 动态几何软件对几何教学的影响综述

(1) 国外研究现状

Bulent Guven 的研究以范希尔几何思维理论为框架，深入探讨了 Cabri 这一动态几何软件对土耳其八年级学生几何图形变换学习的影响^[29]。研究结果显示，动态几何软件不仅显著提升了学生的数学成绩，还加深了他们对相关数学概念的理解。这一发现为数学教育者提供了有力证据，证明在教学中引入动态几何软件是极具价值和效果的。

Gilbert Greefrath 等人的量化研究揭示了动态几何软件对学生数学问题解决的建模过程的显著影响，但这种影响并非于促进数学建模能力的全面发展^[30]。此外，研究还发现，自我效能感高的学生更倾向于积极使用这种软件及其模型来解决数学问题。这一发现对于优化动态几何软件在数学教学中的应用具有重要的指导意义。

Oi-Lam Ng 等人认为，动态几何软件其独特的拖动功能有助于提升学生的几何认知^[31]。该功能不仅有助于数学概念的连续性和可视化，还促进了学生的“心智旋转”。在动态几何环境中，学生能够获得即时反馈并拥有无限的操作可能性，从而不断尝试、验证猜想，最终实现几何理解水平的提升。

在 ARCS 动机模型的理论框架下，Jing Zhang 等人借助网络画板设计了一系列旨在

激发学生数学学习动机的教学活动^[32]。他们提出的激励模式相互递进、相辅相成，有效激发学生的内在学习动机，保持学习过程中的高度积极性和参与度。实践证明，这一基于网络画板的教学激励模式显著提高了学生的数学学习动机和成绩。

Jing Li 认为动态几何系统具有提升数学核心素养的潜力，研究者利用网络画板在初中数学教学中开展探究式教学，全面提升学生的数学核心素养^[33]。在研究中，Li 设计了一个基于网络画板的探究学习活动，聚焦于玫瑰曲线与花瓣数量之间的关系，使学生亲身体验数学知识的生成过程，深化对数学概念的理解。

综上所述，大多数国外研究从教育心理学角度出发，结合动态几何环境，采用定性和定量方法深入探讨学生数学能力的变化。这些研究过程严谨、数据规范，有效证明了动态几何软件在数学教学中的辅助作用。然而，在梳理和分析外国文献时发现，现有研究主要关注动态几何环境对学生的实际影响，而较少对教学环节设定和教学策略实施等理论研究。

（2）国内研究现状

在国内，动态几何软件在数学教学中的应用研究相当丰富。目前，GeoGebra 是数学教学研究应用最为广泛的动态几何软件。根据中国知网的数据，以“GeoGebra*教学”为关键词搜索到的论文数量高达 781 篇，而“超级画板*教学”关键词的论文数量为 193 篇，至于“网络画板*教学”关键词的论文数量则为 82 篇。这些数据明确地表明随着技术的发展和教学需求的不断提升，动态几何软件在国内的数学教学应用前景十分广阔。

杨静^[34]基于范希尔和 Hoffer 的几何理论，针对高中生直观想象素养，设定了领会、掌握和迁移三个层次的评价标准。同时，设计了一套测验，并结合教师访谈，深入探讨了 GeoGebra 软件在高中数学课堂中的应用及其对提升学生直观想象素养的积极作用。尽管研究证明了其可行性，但受教学进度和教师能力等因素制约，许多教师对在立体几何教学中使用 GeoGebra 软件仍存疑虑。为此，杨静为教师在软件应用的课件准备、课堂教学及课后辅导阶段提供了具体建议，旨在更好地发挥软件在提升学生直观想象素养方面的潜力。

高媛和江建国^[35]则从心理学的注意理论出发，对动态几何如何影响学生的选择性

注意力进行了深入研究。他们发现，动态几何通过形状、大小、强度等视觉元素有效唤醒学生的选择性注意力。通过结合动态几何软件和选择性注意策略，教师能够帮助学生从感性认识过渡到理性认识，进一步激发学生对几何的兴趣。

李赵容在《基于网络画板培育高中生直观想象的教学实验研究》中，对高中生的直观想象培养过程中多媒体的使用情况进行了深入调查，提出了一套基于网络画板的直观想象培养策略，包括情境与问题策略、知识与技能策略、思维与表达策略、交流与反思策略^[36]。在微型实验教学的过程中，李赵容应用这些教学策略，并对学生进行了习得知识的测试。测试结果进一步证实了基于网络画板培养高中生直观想象教学策略的有效性。

总体来看，动态几何软件在初中数学教学中的应用是对传统教学模式的一种创新。它为学生提供了一个自主探究和验证猜想的平台，有助于培养学生的空间观念和创新能力。

2.2.2 网络画板的介绍及功能对比

（1）网络画板简介

2009 年，张景中院士及其团队成功研发出了《Z+Z 智能教育平台—超级画板》（简称：超级画板），这款软件填补了国内自主研发动态几何软件的空白，为国内教育工作者和学生提供了一种更加智能高效和针对性的教育工具^[37]。随后，张景中院士及其团队继续对超级画板进行深入优化和升级。2018 年，张院士团队再度推出了另一款动态几何软件——网络画板¹，这是一款具备国际水平、国内领先且具有完全中国自主知识产权的“互联网+动态数学”人工智能教学辅助工具^[38]。其网站界面如图 2-1 所示。

网络画板功能强大，具备高效计算和动态展示能力。它不仅能够快速计算长度、面积等几何量，还支持公式输入。用户可以通过追踪或设置动画，可直观观察对象的变化过程。网络画板的工具栏提供多边形、线线关系、变换等实用按钮组，并提供隐藏元素、调整参数距离等快捷键，极大地提升操作的便利性。此外，网络画板同时提供 2D 和 3D 作图区域，如图 2-2 所示。不同的作图区域能够满足不同教学内容的需求，

¹ 网络画板在线网站：<https://www.netpad.net.cn/#/>

有助于培养学生各数学核心素养。

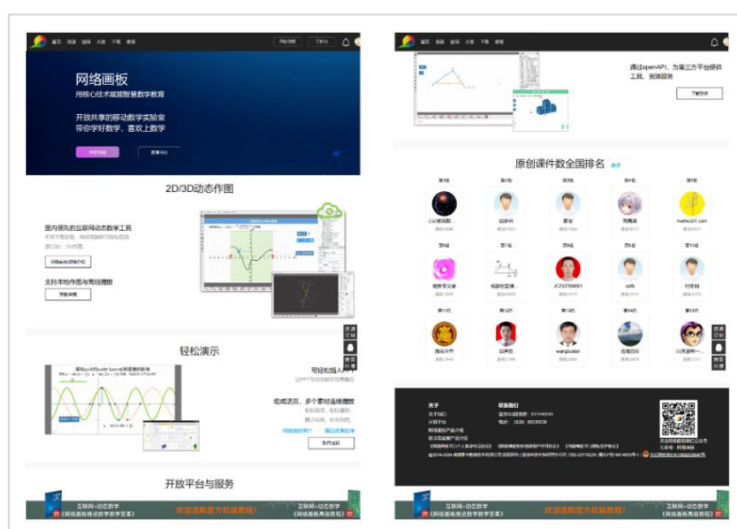


图 2-1 网络画板在线网站

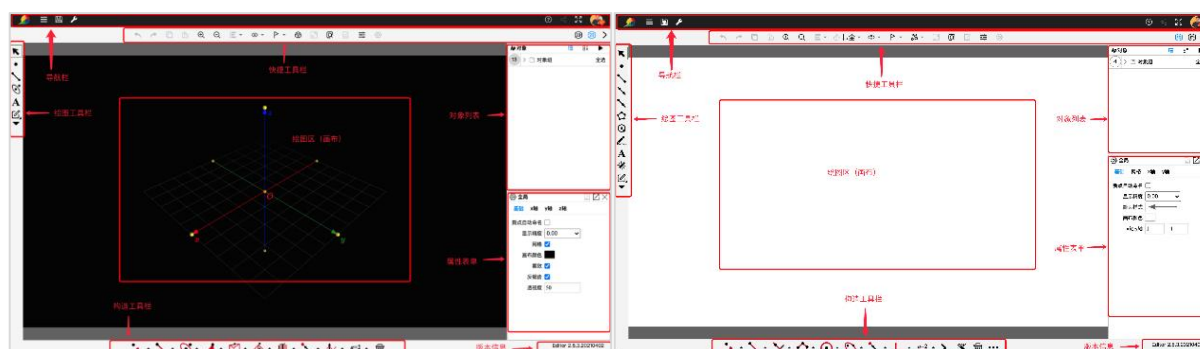


图 2-2 网络画板作图区域

结合云平台 and 大数据技术，网络画板创新了教育资源的生成、传播和分享模式^[39]。用户可根据需求设置资源为私有、只读或共享属性，从而激发集体智慧，共同完善课件资源。此外，网络画板适应多样化的教学环境，支持丰富多样的教学模式。教师可进行互动演示、与学生进行课堂互动或引导学生进行实验探究等，实现教学模式的创新与拓展。而对于那些仍然习惯使用 PowerPoint 进行课堂知识讲解的教师来说，网络画板提供 OpenAPI 接口，与众多第三方平台实现了无缝对接，为教师们提供了便捷的资源和资源服务。这意味着，教师们无需改变熟悉的工作流程，便能在 PowerPoint 中轻松搜索并整合网络画板的丰富课件资源，如图 2-3 所示。同时，网络画板还提供了专门的插件，支持在 WPS 等文档编辑软件中直接使用，如图 2-4 所示。



图 2-3 网络画板插入 PowerPoint

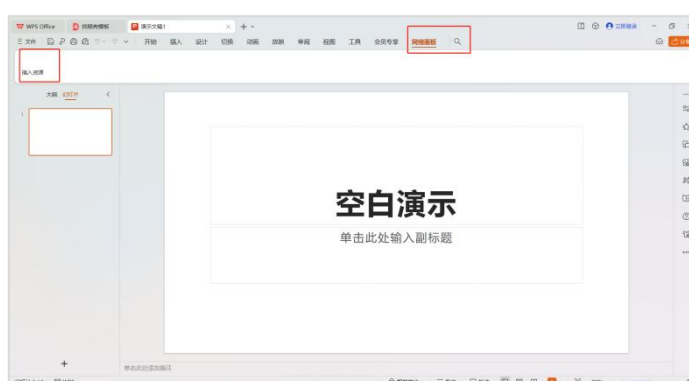


图 2-4 网络画板插入 WPS

教师只需简单地在网络画板下载 WPS 插件，便可在 WPS 软件中轻松实现课件的丰富和美化。这一功能不仅极大地减轻了教师在制作教学课件时的负担，还让他们能够保持对熟悉工具的依赖，从而更加专注于教学内容的设计和优化。此外，这些整合网络画板资源到课件中的过程，有利于提高教师的教育信息化应用能力^[40]。

(2) 网络画板、几何画板与 GeoGebra

几何画板（The Geometer's Sketchpad），作为一款由 KeyCurriculum Press 公司推出的动态几何工具^[41]，适用于数学、平面几何、物理的矢量分析、作图、函数作图等领域。其设计基于数学原理，集成了窗口、信息工具、关系等多种功能，为用户提供了创造丰富且便捷的教学课件的平台。在制作课件资源时，几何画板遵循严格的数学原理，任何逻辑上的疏忽都可能导致课件制作的错误。

GeoGebra²则是一款具备跨平台、动态及交互式特点的动态数学软件。它集成了处理几何、代数、微积分、概率统计、数据表、图形以及计算等多项功能的强大工具^[42]。

² Geogebra 网址：<https://www.geogebra.org/?lang=zh-CN>

GeoGebra 的设计理念在于将几何（Geometry）与代数（Algebra）相结合，使用户能够在一个统一的界面中灵活地进行几何与代数的操作。

网络画板、几何画板与 GeoGebra 均是针对数学教学而设计的动态几何软件，然而它们在知识领域覆盖、操作方式以及平台资源等方面各有不同，差异如图 2-1 所示。

表 2-1 网络画板、几何画板与 GeoGebra

	网络画板	几何画板	GeoGebra
软件开放程度	免费使用	付费使用	免费使用
是否依赖网络	支持在线网址、下载软件使用	下载软件使用	下载软件使用
涵盖知识内容	几何、代数运算、 函数、自动推理、算法编程、概 率统计	代数、平面几 何、解析几何	几何、代数、微积 分、概率统计、数 据表、函数
是否支持 3D 作图	支持	不支持	支持
网站资源	资源分类共享、资源下载、 在线素材共享、论坛	资源下载	资源下载、在线素 材共享、论坛
语言版本	中文、英文	英文	中文、英文
第三方插件	PowerPoint、科大讯飞、 金山专业版文字处理	不支持	不支持

综上所述，网络画板、几何画板与 GeoGebra 这三款软件在数学教学中都扮演着重要的角色，但它们各自的功能、特点和优势都有所不同。尽管网络画板相较于几何画板与 GeoGebra，发展历程稍显年轻，但其功能却显得尤为丰富^{[43][44]}。同时，网络画板由国内团队精心研发，因此它更加贴近国内中小学数学教学的实际需求，具有更强的针对性和优势。

2.2.3 网络画板在培养中学生空间观念的优势

（1）对几何对象的可视化操控。网络画板提供了一个实验性的平台，使学生能够在探究中自主建构知识。通过设计层次化、挑战性和启发性的任务，引导学生利用网络画板进行动态模拟、图形变换等操作，直观揭示几何空间结构的变化规律^[45]。学生亲身拖拽、旋转、缩放图形，真实感知空间关系，结合多种数学探究方法，逐步掌握空间观念和几何问题解决策略，从而全面提升数学素养。此外，网络画板的 3D 环境能

够展示立体几何图和三视图投影，帮助学生更直观地构建几何体的空间形象，课件案例如图 2-5 所示。

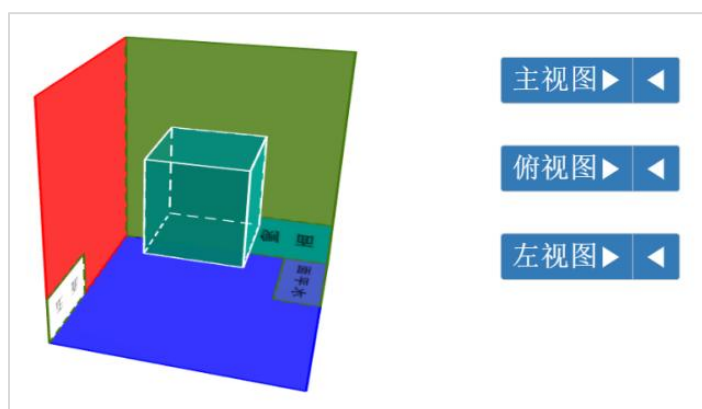


图 2-5 《投影与视图》课件

此外，网络画板还具备函数和符号运算等多元化功能。用户只需输入相应的函数，便能轻松创建函数图像。如认识双曲线的几何性质^[46]，学生可以通过调整参数并实时观察变化，加深学生对双曲线几何性质的理解，有助于学生拓展函数系数与图形对称的相关知识，课件案例如图 2-6 所示。

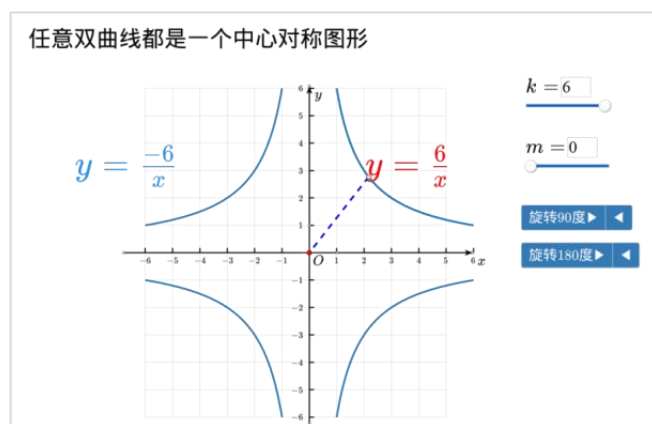


图 2-6 《双曲线的性质》课件

(2) 丰富的图形资源。在教育信息化的推进过程中，数字教育资源的作用日益凸显。网络画板提供丰富的数学内容素材，以具有高度的开放性和学科融合性，有助于解决资源孤岛和数字废墟问题。网络画板的资源广场汇集了海量的数字资源课件，涵盖中学数学各学段的知识点，如图 2-7 所示。这些资源按优质、共享、只读和私有分类，既保证了资源的质量，又满足了不同用户的需求。虽然优质资源在查看时间和编辑权限上有所限制，但相应的资源品质最高，用户可以通过购买获得；共享资源为各用户

创作的公开资源课件，用户可以自由地进行查看、编辑和保存他人的共享资源；只读资源允许用户查看和编辑，无法保存。而私有资源则是用户个人的创作，仅个人可见。



图 2-7 网络画板资源

2.3 研究理论基础

2.3.1 戴尔的经验之塔理论

1946 年，美国视听教育专家爱德加·戴尔在其著作《试听教学法》中，深入剖析了教学媒体的实践经验，并提出经验之塔理论^[47]。该理论以教学媒体所提供的学习经验、教学信息的抽象程度作为分类标准，形成出三个大类十个层次的结构，从具体到抽象分别为“做”的经验、“观察”的经验和“抽象”的经验，如图 2-8 所示。在“做”的经验，学生通过实际参与直接获取经验，为学习的主动参与者；在“观察”的经验，学生通过观察实际事件间接获得经验；而“抽象”的经验，学生则主要依赖于抽象的形态符号、观念或原理的领悟。

随着计算机技术与多媒体网络技术日新月异的发展，这些先进技术在教育领域的应用愈发广泛，为教学创新提供了强有力的支持^[48]。加拿大著名传播学者麦克卢汉在《理解媒介：论人的延伸》一书中，将多媒体计算机和网络通讯技术引入教育领域，对传统媒体方式进行了补充和优化^[49]。在此基础上，麦克卢汉构建了一个新媒体观下的“经验之塔”。改进后的经验之塔分为三大类十四层，如图 2-9 所示。

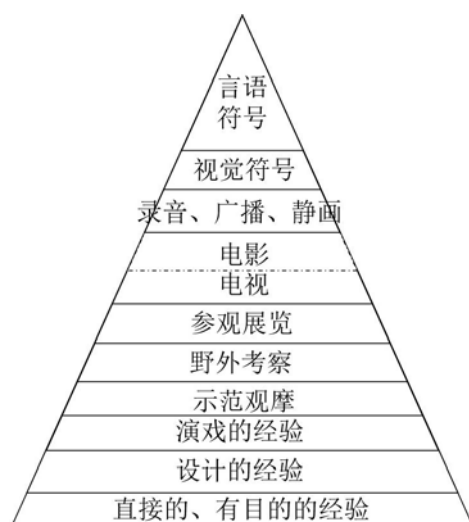


图 2-8 戴尔的经验之塔

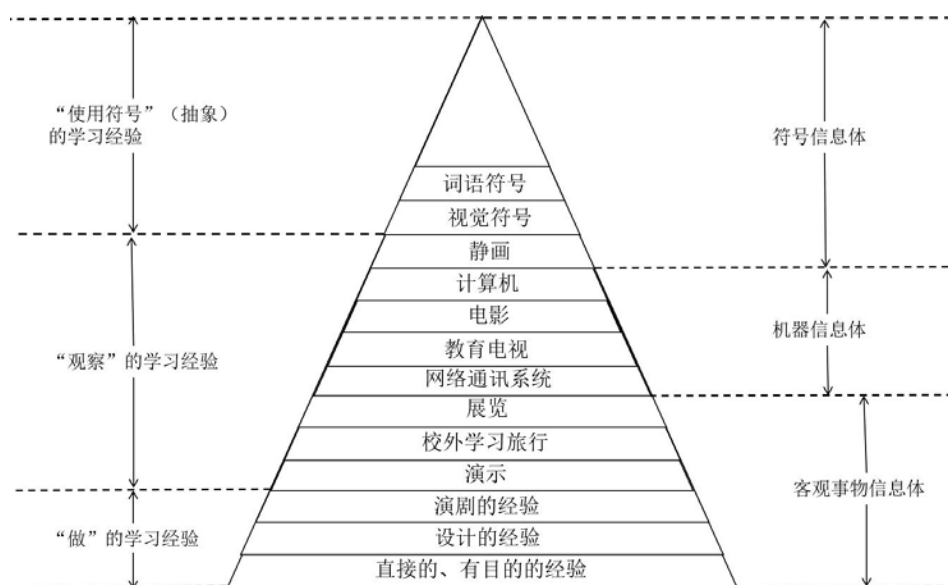


图 2-9 新媒体下的“经验之塔”

这一创新举措使得经验之塔与现代教学的需求更加契合。教师巧妙地将多媒体计算机和网络通讯技术融入教学中，为学生构建了一个更加生动直观的学习环境。这种新颖的教学模式让学生从多个维度和层面深入掌握知识与技能，不仅有效激发学生的学习兴趣 and 主动性，更有助于培养他们的思维能力和实践操作能力。

在经验之塔的理论框架之下，网络画板作为新兴的教学媒体，为学生提供了一个亲身体验、观察学习和抽象概念的综合平台。（1）借助网络画板，学生能够通过亲自动手操作，获得直观且具体的经验成果，即“做的经验”。学生直接参与到画板绘制中，深刻感受知识的形成过程，从而增强对知识的理解和记忆。（2）网络画板还通过动态演示，为学生提供了观察学习的机会，即“观察的经验”。此外，通过观察教师

的示范或课件的展示，学生能够学习他人的实践经验，并从中获取知识和技能。这种教学方式有利于培养学生的视知觉感知能力和空间思维能力。（3）网络画板有助于学生将抽象的知识转化为具体的几何图形。通过视觉符号和图形，学生能够更加直观地理解抽象的概念和原理，一定程度上能够提升学生的抽象思维和问题解决能力。

2.3.2 建构主义理论

心理学家皮亚杰提出的建构主义理论，深入探索了儿童认知发展的秘密^[50]。这一理论强调，儿童的认知发展并非被动地接受外界信息，而是通过与周围环境的互动积极构建而成。在与环境的交流中，儿童逐步形成了对外部世界的认知，进而推动自身认知结构的成长和完善。现代化教学过程包含教师、学生、教材和教学媒体四个要素^[51]。在建构主义下的视角下，学生不再是外界刺激的简单接受者，而是知识意义的主动建构者。学生根据自己的经验、知识背景和情感因素，对外界信息进行选择、加工和处理，从而形成自己的理解和认知。与此相对，教师的角色也发生了转变，转变为教学过程的组织者、指导者、意义建构的帮助者和促进者。信息化教学下，教材所提供的知识成为学生主动建构意义的对象；而媒体则是成为创设情境、促进协作学习和会话交流的重要工具，如图 2-10 所示。

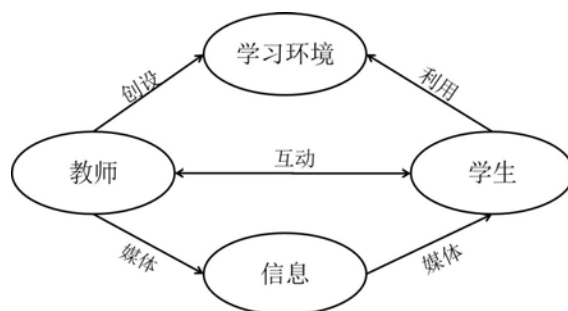


图 2-10 建构主义下的信息化教学模式图

基于网络画板的初中生空间观念培养策略以建构主义理论为指导，充分发掘了网络画板作为媒体的潜能。教师紧扣教材，巧妙利用网络画板为学生创造多样化的学习情境。这些情境既具有吸引力，又充满探究性，能够有效激发学生的学习热情和探索欲望。这一过程诠释了建构主义下的信息化教学。

2.3.3 范希尔几何思维理论

范希尔夫妇基于中学教学实践和皮亚杰的认知理论，创立了范希尔几何思维水平理论，该理论对学生几何思维水平进行了层次划分^[52]。各水平具体表现分别是：

层次一：视觉（**visuality**）。儿童通过视觉观察图形特征，识别并分类不同的构成元素和图形类型。例如：儿童通过观察，依据其外观特征辨认一个图形是否为三角形。

层次二：分析（**analysis**）。学生开始对图形特征和构成要素进行分析，了解不同图形的特性差异，并能对比不同图形进行正确分类。例如，儿童知道一个三角形具有三条边和三个角，但可能还无法理解三角形的一些基本性质，如“任意两边之和大于第三边”。

层次三：非形式化演绎（**informal deduction**）。在这一阶段，学生的几何思维迈向了非形式化演绎阶段。他们开始能够建立图形及其性质之间的关系，提出非形式化的推论，并能够利用已知的性质和公式进行推理。例如，学生能够通过等腰三角形的性质推导出等腰直角三角形也属于直角三角形的范畴。然而，这一阶段的推理尚属非正式，缺乏系统的证明过程。

层次四：形式化演绎（**formal deduction**）。学生开始运用逻辑推理和证明方法，从已知的性质和定理推导出新的几何结论。他们能够建立起定理之间的关系网络，以逻辑推理解释几何学中的公理、定理和定义。此时，学生能够根据一个定理写出其逆定理，进行更为严谨的逻辑推理。如根据平行四边形的对角线相互平分这一定理，逆推导出如果一个四边形的对角线相互平分，则该四边形是平行四边形。

层次五：严密性（**rigor**）。学生能够运用精确的数学语言和证明方法，对几何概念和性质进行表述、证明。能够在不同的公理系统下建立定理，并对不同的几何系统进行比较分析。例如，对欧氏几何系统与非欧氏几何系统比较研究。

范希尔理论强调，学生的几何思维水平并非连续发展，而是从一个水平跳跃到另一个水平。基于这五个几何思维水平，范希尔夫妇提出了相应的教学阶段^[51]，为几何教学提供了明确的指导，具体内容见表 2-2。

表 2-2 学生思维水平进阶表

思维水平进阶	具体内容
学前咨询 (Interview)	教师与学生就学习对象进行双向交流,在此过程中,教师衡量学生的思维水平,学生理解要学习的课题
引导定向 (Direct Orientation)	教师根据学生对一些简单问题的回答为学生安排与课题相关的任务,使学生依据自身的经验理解和掌握教师所讲知识
阐明 (Explication)	教师与学生通过双向互动,即教师使用正确的语言符号向学生讲解课题,学生依据自身的经验理解和掌握教师所讲知识
活动 (Activies)	学生使用不同的方法解决与课题相关的问题,在解决问题的过程中获得经验,同时明确学习方向;老师的主要任务是激起学生的学习兴趣
整合 (Integration)	学生回顾和总结所学知识,并且用自己的方法形成某种观点,将对象与关系内化为一个新的思维领域

范希尔几何思维水平的层次划分及其进阶过程的详细描述,对教师在教学过程中深入理解学生的几何思维发展至关重要^{[54][55]}。通过细致观察和记录学生在各个思维水平阶段的具体表现,教师不仅能够追踪学生的思维发展轨迹,还能够精准识别他们在几何学习中所展现出的优势与不足。基于这些发现,教师可以针对性地设计教学策略,旨在有效提升学生的几何思维能力,进而促进其空间观念的全面发展^[56]。此外,这种层次划分对于本研究后续探索划分中学生空间观念水平具有重要的参考价值,有助于更系统地理解学生的空间认知发展。

2.4 本章小结

本章首先深入剖析了空间观念的本质、中小学生学习空间观念的发展特征及其培养策略。随后,通过系统研究,发现动态几何软件对几何教学具有显著的正向影响。接着,对比分析了网络画板与其他动态几何软件(如 GeoGebra、几何画板)在功能上的差异,并重点探讨了网络画板在培养中学生空间观念方面的优势。最后,梳理了本研究的理论基础,包括戴尔经验之塔、建构主义理论和范希尔几何思维理论,为中学生空间观念水平的划分、培养策略的制定及测试卷设计提供了坚实的理论支撑。

第3章 中学生空间观念的教与学现状分析

3.1 中学生空间观念水平现状的问卷设计

3.1.1 调查目的

本研究采用问卷调查的方式，对初中数学课程中学生的空间观念培养现状进行深入剖析，进而明确学生空间观念水平的层次。此外，通过与教师进行一对一访谈，了解教师在学生空间观念培养方面的看法、教学过程所遇问题以及教师对动态几何软件在数学教学中应用的态度。

3.1.2 调查对象

调查对象为广州市 T 中学的初一级学生。广州市教育资源丰厚，学生水平普遍较高。同时该中学作为一所公办初级中学，具备优质的教学条件，具备完善的多媒体网络教学和管理体系。该校的生源来自市区，保证了调查对象的多样性和代表性。

3.1.3 调查问卷的题目设计

本次问卷立足于已有成熟的空间观念调查问卷，参考王智婕《初中数学空间观念现状的调查研究》和杨敏毅《基于 Geogebra 的初中学生数学空间观念培养研究》^{[57][58]}。同时结合《义务教育数学课程标准（2022 年版）》和范希尔几何思维理论，对问卷进行适当修改和编制。经过对相关文献的深入分析，与一线教师进行多次讨论和修正，确保问卷内容既符合最新的教育理念，又能真实反映学生的空间观念现状，调查问卷的题目框架如表 3-1 所示。

表 3-1 调查问卷题目框架

题目类型	题目内容	题号
非智力因素	对数学有关图形几何知识的学习兴趣	1
	对空间观念的了解	2
	几何知识学习困难的部分	3
	几何知识与实际生活的联系程度	4
智力因素	几何图形的平移	5、6
	几何图形的对称	7、8
	几何图形的旋转	9、10

续表 3-1

题目类型	题目内容	题号
	几何体的三视图与展开图	11、12
	方位与位置	13、14

本问卷的所有问题均为选择题，大部分题目参照李克特五点量表进行设计。题目类型主要有两类：

（1）第一类题目为非智力因素问题，旨在调查初一学生对空间观念的认识以及他们对空间观念相关数学内容的兴趣。通过这些问题，系统地收集学生们在几何知识学习中遇到的难点以及他们特别感兴趣的内容。针对那些学生兴趣浓厚但测试成绩欠佳的知识点，则计划引入动态几何软件，利用其特性与变换功能，帮助学生更好地理解和掌握相关知识。相反，对于学生兴趣不高的知识点，将利用动态几何软件的趣味性、自由操作空间来制作课件，旨在激发学生的学习兴趣。

（2）第二类题目旨在全面评估学生在简单几何图形变换、立体图形的三视图与展开图以及方向与位置等具体方面的能力。题目检验学生在范希尔几何思维表现的水平程度，这些问题以李克特五点量表为参照进行编制。通过对选项进行赋分，根据学生的得分情况，能够反映出他们的空间观念水平。这一部分的设置有助于更深入地了解学生的空间观念发展现状，为后续的教学策略制定提供现实参考。

3.1.4 调查问卷的测试发放

本问卷选择广州市 T 中学初一年级进行问卷调查，共发放 210 份问卷，其中回收有效问卷为 204 份，有效回收率为 97.14%。

3.1.5 调查问卷的信度、效度分析

常用的问卷信度检验方法参考 Cronbach α 系数信度检验，将问卷调查结果整理至 SPSS 26.0 软件进行数据分析，得到调查问卷为 0.858。根据信度检验的标准，Cronbach α 系数在 0.7 以上被认为是可接受的，即本问卷数据信度质量高，问卷具有较合理的内部一致性。信度结果如表 3-2 所示。

表 3-2 调查问卷信度检验

样本量	项目数	Cronbach. α 系数
204	14	0.858

对于问卷的效度分析，本研究采用的方法是 KMO 值检验和 Bartlett 球形检验。KMO 检验用于检查变量间的偏相关性，其取值范围在 0-1 之间。若 KMO 值趋近于 1，则意味着变量间的偏相关性显著，因此因子分析的效果将更为理想。而 Bartlett 检验则是为了检验相关阵是否为单位阵，即验证各变量是否相互独立。当 Bartlett 检验的显著性概率 P 值低于 0.05 时，则可以认为变量间存在显著的相关性，从而适宜进行因子分析^[57]。根据信度检验的结果，可以对本次问卷调查的 204 份问卷进行效度分析，结果见表 3-3。

表 3-3 调查问卷效度检验

KMO 值	0.879	
Bartlett 球形检验值	近似卡方	1344.775
	自由度 df 值	136.000
	显著性 p 值	0.000

经过数据分析，根据表 3-3 可知，本问卷的 KMO 值为 0.879，接近于 1。同时，Bartlett 球形检验值 $p=0.000<0.001$ ，问卷变量间存在相关性，可以进行因子分析。

综上所述，对问卷量表信度与效度的深入分析，证实所采用的《空间观念培养现状调查问卷》满足基本研究标准，从而确定其作为后续研究的正式工具。详细问卷题目见附录 1。

3.2 中学生空间观念水平现状问卷结果分析

3.2.1 问卷的正式发放

本研究选取广州市 T 中学初一年级学生作为实证调研的对象，研究设计并发放了总计 160 份调查问卷，有效回收问卷数量达到 157 份，实现了 98.13% 的有效回收率。在所有问卷数据收集齐全后，采用 SPSS 26.0 统计软件与 Microsoft Office Excel 等数据分析工具，对这些有价值的进行了系统的整理和计算。

3.2.2 非智力因素数据分析

(1) 对数学有关几何知识的感兴趣

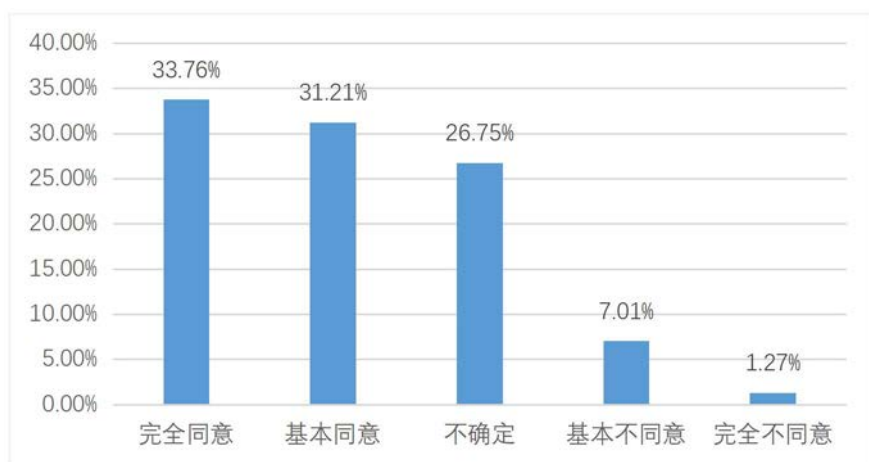


图 3-1 对数学有关几何知识的学习兴趣程度

第 1 题调查学生是否对数学图形几何知识感兴趣。由图 3-1 可以看出，60%以上的学生对数学中的图形几何知识感兴趣，然而，也有 26.75% 的学生持不确定态度，共 8% 左右的学生不感兴趣。兴趣是一切学习与工作的最大动力，对于没有兴趣的学生，可能会缺乏主动学习的积极性，因此要了解学生对相关知识不感兴趣的原因，同时根据实际情况对教学进行调整。根据此题可得出结果：多数学生对数学中的图形几何知识保持积极兴趣，这是在教学过程中需要充分利用的积极因素。然而，对于持不确定或完全不感兴趣的学生，需要深入了解其原因，并采取相应的措施激发他们的学习兴趣和积极性。

(2) 对空间观念的了解程度

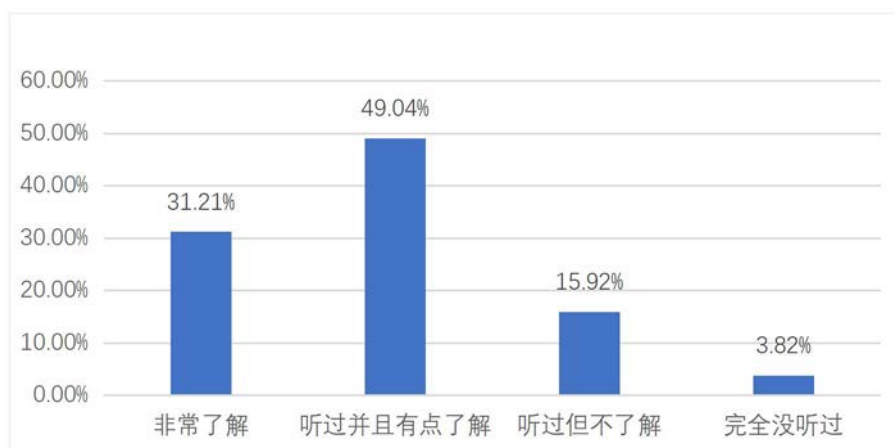


图 3-2 对空间观念的了解程度

第2题调查学生对空间观念的了解程度。由图3-2可知，有31.21%的学生认为对空间观念处于非常了解的状态，49.04%的同学听过并对空间观念有一点了解，约20%的学生对空间观念是不了解的状态，甚至完全没听过有关空间观念的概念。由此可知，虽然大部分学生对空间观念有一定的了解，但了解程度并不够深入。同时，有部分学生缺乏对空间观念的认知和了解，因此需要教师在教学中加以引导和深化。

（3）学生认为几何知识学习困难的部分

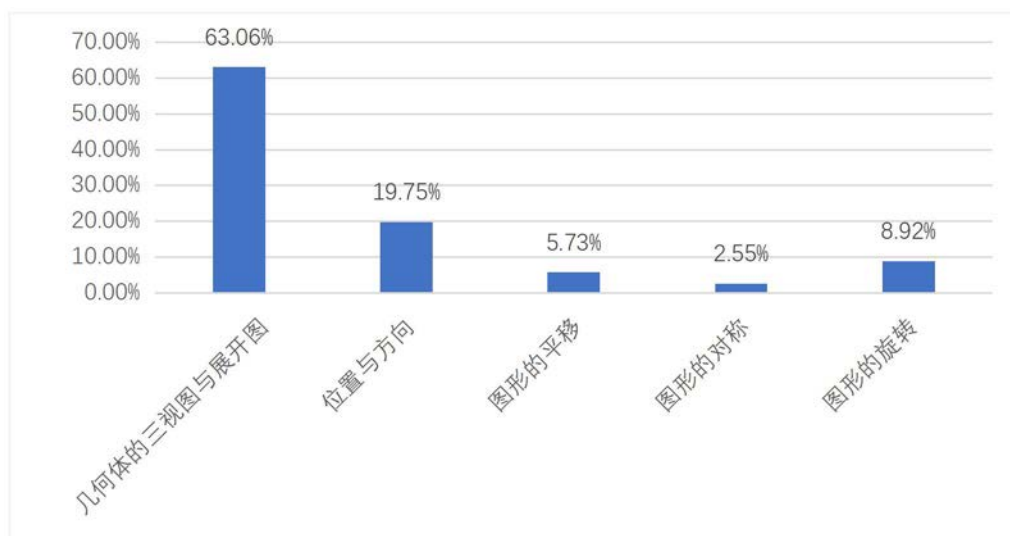


图3-3 学生认为几何知识学习困难的部分

第3题调查学生认为图形几何知识学习困难的部分。根据图3-3数据可知，约63.06%的学生认为几何体的三视图与展开图相关知识点是学习中最困难的。这表明大部分学生在这一部分内容上遇到了较大的挑战；有19.75%的学生选择物体的位置与方向相关知识点，15%左右的学生选择图形的变换（平移、对称、旋转）相关的知识点。初中生在学习几何体的三视图与展开图时，需要具备较强的“心智旋转”能力，即能够在脑海中清晰地想象几何体的折叠与展开过程。然而，大多数学生表示这部分内容学习难度较大，这反映出当前初中生的空间观念大多停留在简单抽象的层面，尚有很大的提升空间。为此，在具体教学实践中，充分利用动态几何软件的独特优势，通过其动态、全方位的空间立体展示功能，直观地展现几何体的特性，以期能够帮助学生增强空间想象力，构建更深入的抽象思维，从而有效克服学习难题，进一步提升他们的空间观念水平。

(4) 几何知识与实际生活的联系程度

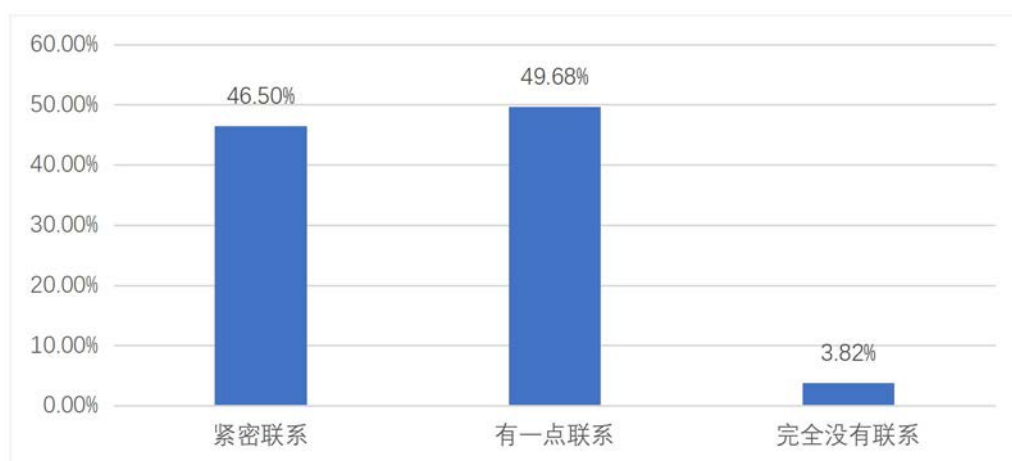


图 3-4 几何知识与实际生活的联系程度

第 4 题调查学生认为几何知识与解决实际生活有怎样联系。从图 3-4 来看，有 46.50% 的学生认为几何知识与解决身边的实际生活有紧密联系，有 49.68% 的学生认为有一点联系，仅 3.82% 的学生认为几何知识与解决身边实际生活完全没有联系。由此说明，绝大多数的学生能够意识到几何知识在现实生活中的实际应用价值，但仍存在部分学生认为两者毫无关联。在今后的教学实践中，教师通过引入与现实生活紧密相关的数学知识内容，引导学生从解决身边的实际问题入手，进一步加深对几何知识的理解和应用，从而完善学生的认知结构，形成良好的空间观念。

3.2.3 智力因素数据分析

为了评估学生的空间观念水平，该部分的问卷题目划分为五个部分，分别调查学生辨析几何图形的平移、旋转、对称、几何体的三视图与展开图以及方向与位置的能力。为确保问卷设计的科学性和有效性，本问卷采用经典的李克特五点量表作为题目设计的依据，这种量表将选项分为“完全同意、基本同意、不确定、基本不同意、完全不同意”五个层次，并对每个等级设定了从 5 分到 1 分递减的分数，目的是精准量化学生对空间观念的理解与掌握程度。通过计算各题的得分均值，通过这种方式，旨在直观地分析学生的空间观念水平，为后续的教学策略和空间观念培养提供有力的数据支持。

(1) 几何图形的平移

表 3-4 几何图形的平移

问题	选项	计数	占比	均值
5.关于索道上运行的观光缆车,我能马上知道这属于数学中图形变换现象——平移	完全同意	56	35.67%	4.02
	基本同意	62	39.49%	
	不确定	32	20.38%	
	基本不同意	7	4.46%	
	完全不同意	0	0.00%	
6.给定图形和条件,我能够准确画出该图形平移之后的图像	完全同意	50	31.85%	3.91
	基本同意	57	36.31%	
	不确定	40	25.48%	
	基本不同意	6	3.82%	
	完全不同意	4	2.55%	

第5题和第6题调查学生判断图形平移能力的水平。从数据表3-4中可以看出,第5题,学生对于现实生活中平移现象的判断表现出了一定的自信。具体来说,选择“完全同意”和“基本同意”的学生占比为70%以上,这表明大于一半的学生能够准确地判断出生活中的平移现象。然而,也有24%左右的学生对此题的判断持不确定或不同意的态度,反映出这部分学生尚未完全掌握平移现象的特征。在第6题中,学生需要根据给定的图形和条件,判断自己能否准确画出图形平移后的图像。调查结果显示,有68%以上的学生认为自己能够完全掌握或基本掌握这一技能。然而,有约30%的学生对自己是否能够完整画出平移后的图像表示不确定,甚至无法准确画出。从题目得分来看,学生第5题与第6题获得的成绩均值分别为4.02和3.91,学生在判断图形平移能力发展相对较好。针对两道题呈现出来的数据,表明大部分学生的平移辨析能力已经达到了数学课程标准的预期水平。尽管大部分学生在几何学习方面取得了一定的进步,但仍有部分学生未达到预期标准,需进一步提升。鉴于图形的平移作为几何教学中的基础且相对简单的部分,针对这些未达到标准的学生,教师在几何教学过程中应更加注重直观化教学方法的应用。通过直观化的教学手段,动态展示图形变换前后的对比展示,提升学生的图形辨析能力,特别是针对平移这一知识点,帮助他们更好地掌握和理解相关知识。

(2) 几何图形的对称

表 3-5 几何图形的对称

问题	选项	计数	占比	均值
7.对于任意平面图形,我都能够准确判断其是否为轴对称图形	完全同意	54	34.39%	4.01
	基本同意	61	38.85%	
	不确定	34	21.66%	
	基本不同意	5	3.18%	
	完全不同意	3	1.91%	
8.当一张纸被对折两次后,即便使用铅笔在上面随意扎洞,我也能在纸展开之前,凭借对折形成的对称轴,确定展开后洞的确切位置	完全同意	48	30.57%	3.87
	基本同意	60	38.22%	
	不确定	33	21.02%	
	基本不同意	12	10.83%	
	完全不同意	4	5.73%	

第 7 题和第 8 题调查学生对关于几何对称的辨析能力。根据表 3-5, 第 7 题, 选择“完全同意”的学生占比为 34%, 选择“基本同意”的学生占比约 39%。然而, 25%左右的学生对此持不确定或不同意的态度。这表明大部分学生能够准确判断图形的对称性, 但仍有一部分学生对此概念有所混淆, 或者未能完全掌握。对于第 8 题, 选择“完全同意”的学生占比相较于第 7 题有所降低, 为 30.57%。选择“基本同意”的学生占比为 38.22%。值得注意的是, 有 21%的学生无法确定答案, 另有 16%左右的学生对此持否定态度。从这些数据中, 推断出学生的几何对称辨析能力总体上达到了数学课程标准的预期水平, 但仍存在较大的提升空间。另外, 这两道题的平均分分别为 4.01 和 3.87, 有近半数的学生得分低于这一均值, 表明这部分学生在几何对称辨析方面的能力相对较弱。因此, 在教学过程中应当借助网络画板给出更形象的对称变化, 提供更加直观、动态地训练和指导, 以提高学生的几何对称辨析能力。

(3) 几何图形的旋转

表 3-6 几何图形的旋转

问题	选项	计数	占比	均值
9.对任意一个四边形(正方形、长方形、平行四边形或梯形)顺时针旋转 90° , 我都能画出它旋转后的图形	完全同意	44	28.03%	4.00
	基本同意	75	47.78%	
	不确定	33	21.02%	
	基本不同意	4	2.55%	
	完全不同意	1	0.64%	

续表 3-6

问题	选项	计数	占比	均值
10.对任意一个常见立体图形(柱体、椎体、台体或球体)顺时针旋转 90° , 我都能想象出它旋转后的图形	完全同意	44	28.03%	3.93
	基本同意	72	45.86%	
	不确定	29	18.47%	
	基本不同意	9	5.73%	
	完全不同意	4	2.55%	

由表 3-6 数据可知, 对于第 9 题, 有 28% 的学生对“任意一个四边形进行顺时针 90° 旋转”的内容表示“完全同意”, 这意味着他们已经掌握了平面图形旋转的概念。而接近 50% 的学生选择了“基本同意”, 这表明大部分学生对这一概念仅有基本的理解。然而, 仍有 21% 的学生对此表示“不确定”, 3% 的学生选择了否定选项, 这表明部分学生可能对旋转的基本概念有所混淆或未能完全掌握。对于第 10 题, 超过半数的学生能够想象出任意常见立体图形旋转后的图像。尽管这一比例相对较高, 但相较于第 9 题, 选择否定选项的人数较多, 这表明部分学生在立体图形的旋转方面可能存在困难。从平均值来看, 第 9 题的均值为 4 分, 而第 10 题的均值为 3.93 分。这表明学生在掌握旋转概念方面仍有一定的提升空间。特别值得关注的是, 学生在处理立体图形旋转问题时, 得分普遍低于平面图形旋转, 这可能意味着学生在想象三维立体图形旋转方面的能力相对薄弱。因此, 在具体的教学实践中, 应注重对立体图形全方面的直观立体展示, 提供观察实践, 培养学生的空间感。

(4) 几何体的三视图与展开图

表 3-7 几何体的三视图与展开图

问题	选项	计数	占比	均值
11.给出几何图形的三视图, 我能准确想象出所描述的实际图形	完全同意	43	27.39%	3.78
	基本同意	60	38.22%	
	不确定	36	22.93%	
	基本不同意	13	8.28%	
	完全不同意	5	3.18%	
12.我现在就能在脑海中想象出一个三棱柱从正面、左面、上面观察而得的形状	完全同意	38	24.20%	3.63
	基本同意	51	32.48%	
	不确定	47	29.94%	
	基本不同意	14	8.92%	
	完全不同意	7	4.46%	

第 11 题和第 12 题调查学生判断几何体的三视图与展开图的能力。根据表 3-7, 第

11 题, 超过半数的学生选择了“基本同意”或“完全同意”选项。然而, 与前板块的题目相比, 选择不确定及否定选项的学生占据了较大的比例, 约 34%。对于第 12 题, 24.2%的学生对给定一个三棱柱想象出对应的各个视角图形, 能够完全想象出所描述的实际图形。值得注意的是, 超过 40%的学生对于相同一道问题持不确定甚至否定的态度。这两道题的均值分别为 3.78 和 3.63, 得分较其他版块题目得分较低, 表明该部分对于学生来说难度相对较高。立体几何中的三视图与展开图教学, 着重检验学生能否准确地将物体的外在表象转化为三维模型的心理构建能力。这一过程要求学生超越直观感知, 发展出从具体到抽象、由表及里的空间结构认知技能, 并逐步提升高层次的空间推理能力。因此, 在未来的教学实践中, 这部分内容应当被列为关键的教学要点, 充分利用动态几何软件, 如网络画板, 以更生动、形象且动态的方式呈现这些复杂的几何图形结构, 增强学生的空间观念和物体想象能力。

(5) 方向与位置

表 3-8 方向与位置

问题	选项	计数	占比	均值
13.我知道我家在学校的哪个方位以及学校在我家的哪个方位	完全同意	73	46.50%	4.15
	基本同意	47	29.94%	
	不确定	27	17.20%	
	基本不同意	7	4.46%	
	完全不同意	3	1.91%	
14.我能够口头描述出从学校到家或从家到学校的行走路径	完全同意	66	42.04%	4.02
	基本同意	45	28.66%	
	不确定	33	21.02%	
	基本不同意	9	5.73%	
	完全不同意	4	2.55%	

由表 3-8 可知, 第 13 题, 大约有 75%的学生选择了“完全同意”或“基本同意”, 这意味着超过半数以上的学生能基本或准确把握自家与学校之间的相对地理位置关系。第 14 题, 大约 70%的学生能够基本准确地口头描述从家至学校或从学校返回家的路径走向; 然而, 约 28%的学生选择了无法确定甚至否定的答案。此外, 第 13 题和第 14 题的均值分别为 4.15 和 4.02, 学生在这类涉及方向与位置判断的题目上得分较高。尽管如此, 仍有一部分学生在这一能力上存在不足。值得注意的是, 学生在小学三年级时已经开始接触方向与位置的基础知识, 由于这些内容较为基础且学习时间较早, 它

们本应成为学生的基本认知。因此，在制定后续的教学策略时，应继续加强对学生方向与位置辨识能力的培养，确保所有学生都能达到甚至超越平均水平。对于已经达到平均水平的学生，还应进一步提升他们的空间想象能力和抽象思维层次，从而全面优化学生在空间观念方面的掌握。

3.3 中学生空间观念的教学现状访谈

3.3.1 访谈目的

本次访谈的目的是了解当前我国初中阶段空间观念教学现状及教师在数学课堂中运用信息技术进行整合教学的具体实践情况，以此进一步了解教师们借助网络画板这一数字化工具在培养学生空间观念方面的理念、方法及见解，详细访谈题目见附录2。

3.3.2 访谈对象

为全面了解中学数学空间观念培养的教学情况，考虑到教师个体的教学经验差异会对相关问题的认知与解读产生影响。因此，本次研究访谈对象的选择，特地涵盖了不同教龄层次的教师代表。本次访谈选取了来自A中学的三位教师：教师A是一位有着3年教学经验的年轻教师。虽然教学经验相对较少，但与学生年龄差距小，沟通顺畅。在技术方面，教师A熟练使用Geogebra、电子白板和PowerPoint等工具，但未了解过网络画板。教师B是一位拥有16年教龄的教师，教学经验丰富，专业知识扎实。主要教学工具是PowerPoint，而电子白板和几何画板的使用则相对较少。最后，教师C是一位经验丰富的资深教师，执教长达31年。教学风格独特，对学生心理和行为有深入的理解。然而，在信息技术方面，教师C对新的动态几何软件、多媒体等工具并不熟悉。

3.3.3 访谈结果与分析

问题1：您对“空间观念”有所了解吗？谈一谈您的看法。

教师A说“空间观念在教材和课标中均有提及，是当前教学要求培养学生核心素养的重要一环。尽管空间观念相对抽象，但培养学生的空间观念能在一定程度上促进

其他方面能力的发展”。教师 B 表示，空间观念旨在培养学生认识几何图形、理解并运用几何知识进行解题的思维能力，因此应重视学生空间观念的培养。教师 C 表明对“空间观念”这一近期教育领域内日益受到关注的教学理念有着深入的理解与认同。他提到，在现代教学实践中，空间观念的重要性正不断提升，它不仅关乎纯粹的空间几何能力发展，还包含了诸如几何直观及针对高中生尤为重要的直观素养等多方面能力的综合培养。访谈结果表明，三位教师都对空间观念有一定的了解，一致认同空间观念在学生能力培养中的关键作用。

问题 2：您认为空间观念与哪些数学内容相关？

教师 A：空间观念的能力发展不仅影响学生在几何图形辨析、图形变换判断以及几何问题解决方面的表现，而且通过相关几何内容的教学，也能够进一步促进空间观念的培养。教师 B 表示，空间观念与多个数学领域的内容息息相关，包括几何图形的认识、图形变换以及立体几何等方面。教师 C 认为空间观念不仅与解析几何有关，还与代数紧密相连。从三位教师的回答可以看出，教师都认同空间观念的培养与数学几何知识之间存在密切的联系。

问题 3：您在培养学生空间观念时，通常采用什么教学方式？

教师 A：在教学中通过实例演示、实物模型，引导学生参观与操作，设计拼图或折纸活动，折叠正方形纸张形成三维图形，直观展示平面到立体的转化过程。教师 B：在教学的过程当中通常采用讲授法，演示法，动手操作法，直观教学法。教师 C 说：平时不会特别注重学生空间观念的培养，一般采用 PPT 演示教学，或者取一些教具模型给学生观察。不过会结合日常生活实例，例如学校建筑结构、地图方向距离等，将抽象的知识内容更加具体化地讲解。访谈结果表明，教师在实际教学中不会刻意培养学生的空间观念能力，但会通过图形几何的数学知识讲解去培养，使用较多的方法利用实物模型去展示立体图形的特征。

问题 4：您认为在教学中培养学生的空间观念存在哪些问题？如何解决？

教师 A：在初一阶段，学生们初次接触相对抽象的空间几何知识，从平面图形向立体图形的认知过渡要求具备较强的抽象思维能力，这导致部分学生在理解上感到困难。可以提供一些实物教具，在课件上展示一些动态的图片，让学生观察。教师 B 也认同初一学生在面对空间观念等抽象内容时会遭遇学习障碍，另外还指出学生之间个

体较大，不同学生的空间能力认知会有较大差异，这个时候应该设置多样化的学习任务，例如合作探索等等。教师 C：学生处理抽象数学概念时所遇到困扰的认识，认为其根源在于实践经验的缺乏。虽然日常生活中很多情景都设计空间观念的知识，但是要引导学生有意识地将经验迁移到数学学习十分重要。访谈结果表明，教师认为在培养学生空间观念时存在概念抽象的问题，学生难以仅靠想象建立起对物体的一个具体形象。

问题 5：您在平时教学过程中是否曾经使用或尝试使用过信息技术辅助教学？效果如何？

教师 A：尝试使用过相关信息技术辅助教学，效果会比学生平时动手操作更直观。教师 B：在数学课堂上尝试使用视频、可互动课件进行教学，可以看到学生的学习兴趣有所提升，积极性也会提高。教师 C：课堂使用信息技术较少，一般使用 PowerPoint 进行课件演示，在公开课时会增加信息技术的引入，比如一些可互动的课件，学生这个时候会比较兴奋，学习积极性也会升高。访谈结果显示，三位教师一致认同信息技术在数学课堂教学中的作用，信息技术的应用能够丰富课堂内容，提高学生学习的积极性和效率。

问题 6：您了解动态几何软件吗？比如几何画板、Geogebra、网络画板

教师 A 偶尔会利用 Geogebra 制作课件，而其他动态几何软件仅停留在知晓的层面。教师 B 和教师 C 均表示他们听说过这些软件，但尚未实际使用过。访谈结果揭示，仅有教师 A 在师范学校学习期间深入了解过动态几何软件 Geogebra，并熟练掌握其操作。

问题 7：在了解网络画板之后，您今后会尝试在数学的课堂中使用网络画板来培养学生的空间观念吗？为什么？

教师 A 表示，虽然网络画板功能更加易于使用，能够动态展示图形变化，对学生的空间观念培养有积极作用，但熟练掌握网络画板制作课件需要投入额外的时间，同时课件还需与数学知识紧密结合。但教师 A 表示计划在假期学习网络画板，今后尝试在数学课堂上利用网络画板呈现数学几何知识。教师 B 则表示，初一学生刚从小学升入初中，学习方法需要逐步转变，平时教学任务繁重，没有专门时间学习制作课件。教师 B 表示计划有空闲的时间会进一步了解网络画板。教师 C 表示自己的信息技术运用能力有限，仅能制作简单的 PPT 课件，对网络画板操作感到吃力。因此，教师 C 不

会考虑在数学课堂中采用网络画板，而是倾向于使用实物模型教具来培养学生的空间观念。根据访谈结果，受教学进度紧张和教师信息素养能力的影响，教师们对于是否在数学课堂中采用网络画板教学持观望态度。他们更倾向于采用传统直接的方式提升学生的空间观念。

3.4 中学生空间观念的水平教与学现状总结

经过发放问卷调查以及访谈法，本研究对初一学生的空间观念水平和初中教师在数学课堂中培养学生空间观念的情况有了更深入的了解，调研结果为下一步制定基于网络画板的中学生空间观念培养教学策略提供了坚实的基础。现总结如下：

首先，从初一学生的问卷调查中可以看出，大部分学生具备良好的空间观念基础，对数学几何图形表现出浓厚的兴趣，显示出强大的学习动力。然而，学生们在空间观念方面的了解仍显不足，需要教师在教学中进一步引导和讲解。此外，学生们普遍认为几何体的三视图与展开图的学习是较为困难的，这与他们在空间观念水平测试中的得分情况相吻合。尽管大部分学生能够达到《义务教育数学课程标准（2022版）》的基本要求，但仍有一部分学生在图形变换的辨析上存在困难，需要采用更具动态性的教学方法来培养他们的动态思维。

其次，通过教师访谈，了解到教师们普遍重视学生空间观念的培养，并将其与图形几何的教学内容紧密联系起来。然而，目前教师们主要采用传统的教学方法，如实物演示和模型教具，课件则主要使用 PowerPoint 进行演示。尽管有两位教师都表示愿意尝试使用动态几何软件进行教学，但教龄较长的教师由于教学进度紧张和自身信息素养的限制，仍倾向于采用传统教学法。

综上所述，当前中学生空间观念水平存在较大的提升空间，尤其有一部分学生尚未达到《义务教育数学课程标准（2022版）》设定的基本要求。此外，信息技术在数学课堂中的整合运用仅在年轻教师群体较为普遍，而具有较长教龄的教师更多倾向于保持传统教学模式。

3.5 本章小结

在本章中，首先明确了针对中学生空间观念现状的调查目的及对象，并参照已有成熟研究编制中学生空间观念水平的调查问卷。经过前期的问卷测试与发放，收集并深入分析了预测试数据。结果显示所设计的问卷在信度和效度上均达到了有效的标准值。基于这一数据基础，本研究在广州市 T 中学正式发放了调查问卷，并对收集到的数据进行了系统的分析，旨在全面了解当前中学生空间观念水平的现状。此外，本研究邀请了一线教师进行访谈，深入探究在实际教学中，教师在培养中学生空间观念方面所存在的问题，以及他们对动态几何软件与数学教学整合的看法和建议。这些宝贵的现状调查以及教师建议，为后续的中学生空间观念培养策略的制定提供了重要的现实教学参考。

第 4 章 中学生空间观念水平划分及培养策略构建

4.1 中学生空间观念课程内容分析与设计

《义务教育数学课程标准（2022 版）》指出教师要在“图形与几何”教学中，培养学生的空间观念^[60]。在义务教育阶段的数学教育中，图形与几何占据重要地位，其核心主题可归结为“图形的认识与测量”以及“图形的位置与运动”两大方面。小学阶段，学生通过深入探索“图形的认识与测量”，初步建立起空间观念的基础^[61]。进入初中后，学生们则需进一步深入研究“图形的位置与运动”，其中涵盖了确定点的位置，理解图形的平移、旋转、轴对称等核心概念。在探索现实生活中的图形运动过程中，学生逐渐认识到平移、旋转、轴对称等特性，感知到图形在运动中的变化与不变，从而深刻体会到数学的独特魅力，并进一步提升他们的空间观念和几何直观能力^{[62][63]}。这样的学习路径不仅符合学生的认知发展规律，也有助于他们在数学学习获得更好地发展。本研究对人教版初中数学教材有关图形几何的内容进行整理，并按照《义务教育数学课程标准（2022 版）》初中学段的数学内容进行分类，具体见表 4-1。

表 4-1 初中学段图形与几何的数学内容

年 级	册 次	教学主题	分类	具体内容
七 年 级	上 册	几何图形 初步	图形的性质	理解点线面角的概念、会用尺规作角、掌握角与线的关系、学会比较计算角度、线段
	下 册	相交线与 平行线	图形的性质	理解特殊角（对顶角、余角、补角）、特殊线（平行线、相交线）的概念与性质、会用尺规作线、掌握线与面关系概念、理解点线面意义、度量距离、掌握特殊线定理性质并根据定理性质证明平行线
		平面直角 坐标系	图形与坐标	理解平面直角坐标系概念、掌握画法、学会描点区别点坐标、在平面直角坐标系上画图
八 年 级	上 册	三角形	图形的性质	理解三角形及内部特殊角、特殊线等概念，掌握内角和定理、掌握三角形全等判定及其性质、理解特殊三角形的性质与概念
		全等三角形	图形的性质	
	下 册	平移	图形的变换	认识平移、掌握平移基本性质、运用图形的平移、轴对称进行图案设计

续表 4-1

年 级	册 次	教学主题	分类	具体内容
八 年 级	下 册	轴对称		通过实例理解轴对称概念与基本性质、能够画出简单平面图形的对称图形、探索基本几何图形的轴对称性质
		勾股定理		探索勾股定理及其逆定理，解决简单的实际问题
		平行四边形	图形的性质	了解多边形概念；探索并掌握多边形内外角和公式；理解各平行四边形的概念及相互关系；探索并证明平行四边形性质定理，掌握判定进行证明；掌握矩形、菱形性质及其判定
九 年 级	上 册	旋转	图形的变换	通过实例认识旋转的定义与概念并探索其基本性质、了解中心对称及中心对称图形的概念与基本性质
		圆	图形的性质	理解圆相关的基本概念、掌握点与圆的位置关系、探索垂径定理、探索圆相关的角与相关弧对应的关系；掌握直线与圆的关系；会用尺规作图
	下 册	相似	图形的变换	了解比例的基本性质、认识黄金分割、了解图形的相似及相似比相关的概念、掌握相似三角形的判定与性质
		锐角三角函数	图形的性质	利用相似直角三角形、认识锐角三角函数、掌握计算器求函数值的方法、利用函数解直角三角形
		投影与视图	图形的变换	了解中心投影与平行投影的概念、了解立体图形的三视图

通过对人教版数学教材的深入分析，发现春季学期的初一学生正在初步学习《几何图形初步》，这一章节主要聚焦于几何图形的初步知识，以及相交线、平行线、平面直角坐标系等基础内容。为了提升学生的抽象能力和深化空间观念，具体的教学实践中在原有教材基础上增加了难度，引入了初中高年段有关“图形的平移、旋转及对称”以及“几何体的三视图与展开图”等数学内容^[64]，最终整合为《几何图形初步》、《方向与位置》以及《图形的变换》。本研究以这三部分作为具体教学实践的课堂内容，分别设计了教学环节。这样的教学内容设计旨在通过难度逐步增加的实践教学，促进学生空间观念水平的螺旋式上升，推动学生空间思维能力的发展。

4.2 中学生空间观念水平划分

本研究基于《义务教育数学课程标准（2022年版）》与范希尔几何思维理论，结合空间观念及几何直观相关的文献，并征求了多位数学教育专家与一线数学教师的宝贵意见。在综合考量之下，将学生数学空间观念在《几何图形初步》、《方向与位置》及《图形的变换》三个模块中的具体表现细分为三个层次。具体而言，根据范希尔几何思维理论中水平1和水平2的描述，结合空间观念中的维度一，将中学生空间观念划分为水平1——基础感知阶段。进一步地，将水平2定义为形象化转换阶段，这一阶段既涵盖了范希尔几何思维理论中的水平3，也融合了空间观念的维度二和维度三的内涵。最后，水平3为抽象理解阶段，它对应于范希尔几何思维理论中的水平4，侧重于引导学生根据图形的内在联系，构建和深化抽象思维。本研究所划分的中学生空间观念水平，具体描述如下：

水平1：基础感知阶段。在此阶段，学生通过直观感知，识别常见的二维图形（如点、线、面、圆、三角形、四边形等）和三维图形（如球体、立方体、圆锥等），并尝试理解它们的基本性质。同时，学生能够初步感知空间中的位置关系，如上下、左右、前后等，并能够用简单的语言描述空间图形的基本特征。例如，学生应能够在纸上画出基本的几何图形，并指出它们的主要元素（如边长、角度等）。此外，学生还应能够通过观察实际物体或模型，理解并描述其形状和结构。

水平2：形象化转换阶段。学生能够在脑海中构建空间图形，想象图形的运动、变化以及不同图形之间的关系。同时，能够利用几何直观和简单的逻辑推理，建立二维与三维空间之间的联系，能够进行平面图形与立体图形间的转化，如绘制和识别立体图形的三视图。

水平3：抽象理解阶段。学生在此阶段能够借助几何直观和逻辑推理来理解更为抽象的空间关系，实现二维图形向三维立体的逻辑转化，解读和绘制立体图形的多种视角视图。同时，能够运用抽象概念进行空间推理，理解更复杂的空间几何性质和关系。通过想象和操作，学生构建出更为复杂的几何图形，并在脑海中对其进行变换和组合。

4.3 基于网络画板的中学生空间观念培养策略

为了深入探究网络画板在中学生空间观念培养中的具体应用及其效果，本研究结合网络画板优势和中学生空间观念的培养现状，基于经验之塔理论、建构主义理论，构建基于网络画板的中学生空间观念培养策略。该策略将网络画板深度融合于课前准备、课堂教学和课后巩固三个环节，其中课堂教学包括四个阶段，强调教师引导启发与学生绘制探究相结合。如图 4-1 所示。

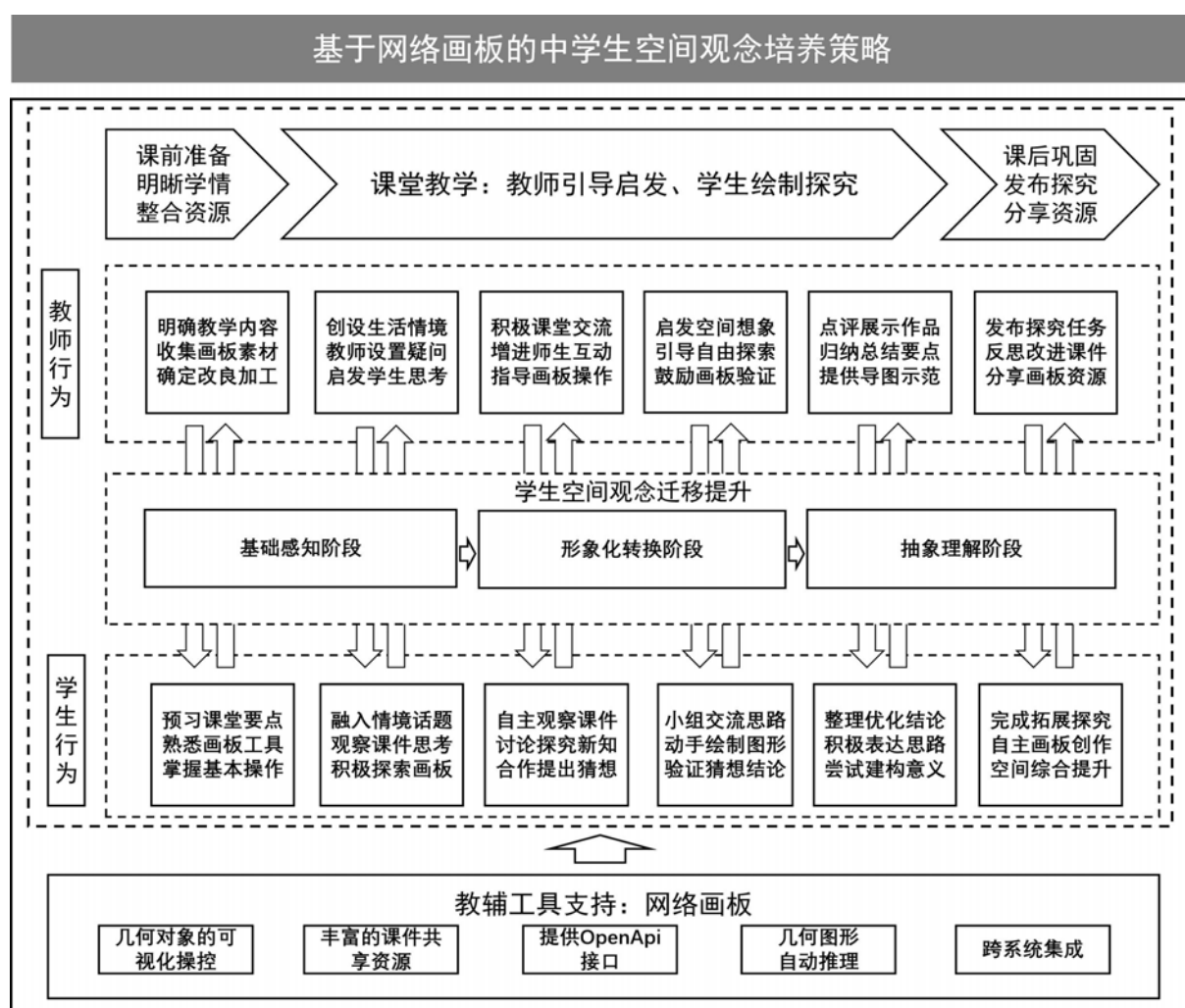


图 4-1 基于网络画板的中学生空间观念培养策略

4.3.1 课前准备：明晰学情、整合资源

在每节课开始之前，教师需要深入地进行学情分析，充分了解学生的现有知识水平、学习能力以及可能存在的困难。这一步骤为接下来的教学案例设计提供了坚实的

基础。学情分析不仅帮助教师确定本节课的教学目标，还能确保教学内容与学生的实际需求紧密相连。基于学情分析的结果，教师需要精心设计教学案例。这包括明确本节课的教学目标，确保每一个目标都是具体、可衡量的。同时，教师还需要准确地识别出教学的重点和难点，以便在课堂上进行有针对性地讲解和练习。在教学案例设计过程中，教师需要细致地规划课堂的每一个环节。这包括确定何时引入网络画板这一工具，如何将其与课堂内容有效地结合，以及如何利用其功能提升学生的学习兴趣 and 效果。把握好网络画板使用的时机是关键，既要确保学生能够充分体验其带来的学习便利，又要避免过度依赖或滥用。

在进行课前准备时，除了确定教学内容外，还应巧妙运用教学辅助工具。为了丰富课堂内容，教师可以依托网络画板，搜集与课程内容紧密相关的素材和课件。为了更加高效地获取资源，教师可以利用网络画板的资源广场进行关键词搜索，如“正方体展开图”，从而快速找到适用的素材。在获取到这些素材后，教师应根据教学需求进行加工整合，甚至进行必要的改良，以确保其与教学内容完美融合。通过这样的课前准备，教师减少课件制作的时间，提升教学效果。图 4-2 为对已有课件进行加工整合的界面。

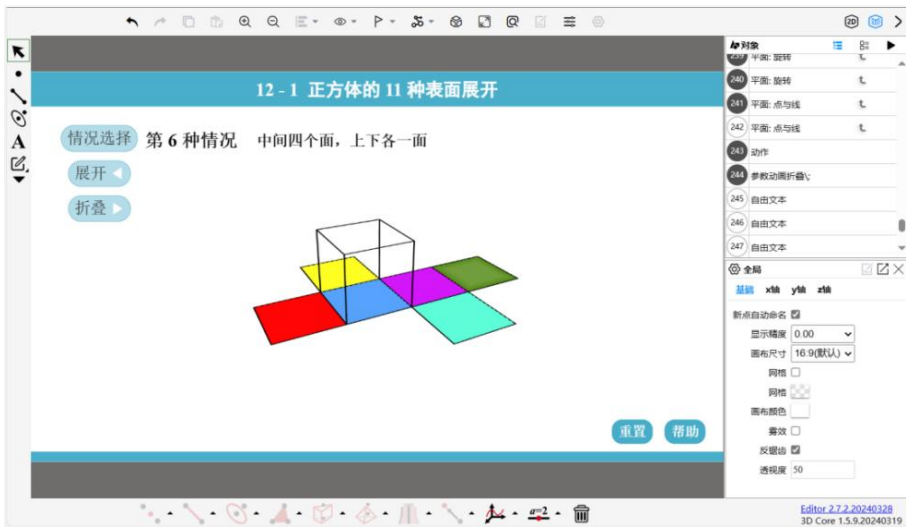


图 4-2 加工整合课件

4.3.2 课堂教学：教师引导启发、学生绘制探究

经过深入分析问卷调查与教师访谈，发现大多数学生对空间观念的理解仅停留在表面，虽然对涉及空间观念的数学内容充满兴趣，但缺乏深入的了解。尽管一线教师

在空间观念全面理解上可能存在局限性，但在实际数学教学中依然高度重视对学生相关能力的培育，即便尚未运用网络画板这一工具，也会借助诸如 PPT 等多媒体形式辅助教学实践。如果教师能充分利用网络画板的功能，发挥其在培养学生空间观念方面的优势，通过动态展示几何知识，将有助于学生更直观地理解几何知识的形象和本质，加深对空间观念的了解。

（1）生活情境导入，激发探究欲望

根据问卷调查结果，大部分学生都能认识到几何知识与解决日常生活中的实际问题之间存在紧密的联系。同时，数据表明过半数学生对数学领域内的几何内容持有显著的兴趣。进一步深入访谈教育一线的教师时发现，众多教师都强调在教学环节中构建生活化情境导入的重要性。为了有效激发学生的内在探究动机，教师应当策略性地设计或引入与学生日常生活紧密相关的情境实例，利用这些生动而直观的生活素材来挑起学生的好奇心和求知欲。当学生置身于这些情境中学习新知并产生认知困惑之际，网络画板这一教学工具便能发挥其独特价值，通过识别情景实例中的图形模块，学生空间观念进入基础感知阶段。教师可以借助画板模拟或再现真实生活场景，以视觉刺激的方式促进学生在情境中进行观察、思考及动手操作。举例来说，在学习《几何图形初步》单元时，可使用 3D 城堡课件进行引入演示（图 4-3），通过拖动鼠标观察城堡不同视角，观察各立体图形，学生在脑海里建立起空间认识。



图 4-3 《3D 城堡》课件

在统计与概率中，利用随机事件抛硬币试验（图 4-4），通过对比不同次数抛掷硬币得到正面的比例，学生会逐渐认识到大数定律的作用，即随着试验次数增加，实验结果越来越接近于理论上的概率预测值。

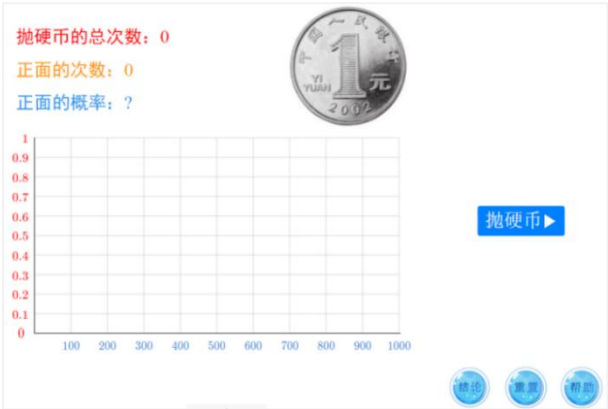


图 4-4 《抛硬币》课件

(2) 师生互动交流，探究提出猜想

在实际教学中，如果课堂过于偏重于教师的单向传授，而缺乏对师生互动的足够重视，往往会使课堂氛围变得沉闷、缺乏生机，进而严重影响教学效果。为了改善这一局面，教师必须积极创设多样且富有启发性的课堂互动环节，以此激发学生的学习热情和探究欲望。在利用网络画板构建的动态教学环境中，师生间的互动得到了极大地增强。

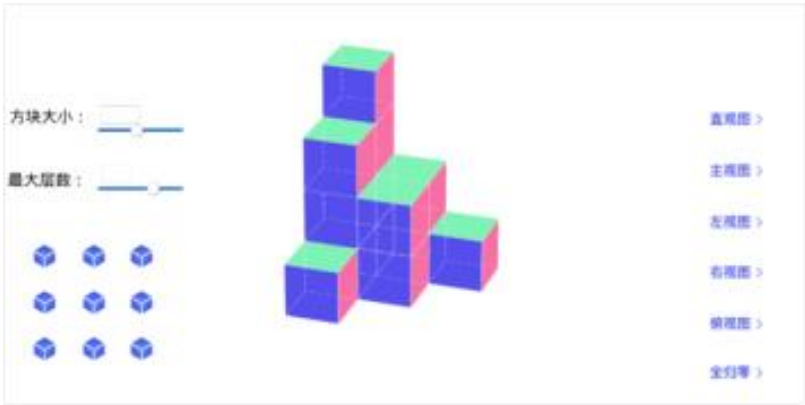


图 4-5 《正方体堆积三视图》课件

具体而言，可以通过在课件中巧妙地设置多个动画和按钮，引导学生按顺序点击按钮，逐步解答题目，从而完成对知识点的深入探究。例如，在学习几何体的三视图与展开图相关知识点时，教师可以通过发布《正方体堆积三视图》的课件（如图 4-5），

首先展示并引导学生回答问题，随后让学生自主操作课件。学生在观察课件动画的过程中，不仅能够提高对不同数量正方体所堆积出来的三视图的辨识能力，更能在互动中判断掌握各个视图组合做需要的最多或最少的正方体数量。

这种互动方式为学生提供了自我探索和动手实践的机会，还使他们在亲自动手操作图形的过程中对所学知识有了深入而直观的理解。同时，这种互动也有助于学生构建直观性技巧，培养学生洞察力，进一步促进他们的创新思维和空间观念的发展。在互动过程中，教师的引导作用至关重要。通过对话和提问的方式，教师积极鼓励学生表达自己的观点和看法，引导他们深入思考并提出合理的猜想，以便在后续的教学环节中进行进一步的探究和验证。

（3）启发空间想象，绘制验证猜想

在学生的猜想验证与草图绘制过程中，操作程序的规范性至关重要。这不仅关系到解题步骤的严谨性，更在潜移默化中培养了学生的数学能力。作图规范的实践，是学生对数形结构认知的深化过程，同时也是他们主动学习与提升数学能力的关键环节。学生的作图能力，实际上是他们空间观念的具象化体现。因此，当学生提出相关猜想后，教师应给予他们充分的思考空间和时间，引导他们深入进行空间想象，并鼓励学生之间进行积极的交流讨论。这种讨论不仅能够拓宽学生的思维边界，激发创新思维，还能为后续的图形绘制提供灵感和创意，在完成该阶段的教学之后，学生的空间观念逐渐进入形象化转换阶段。

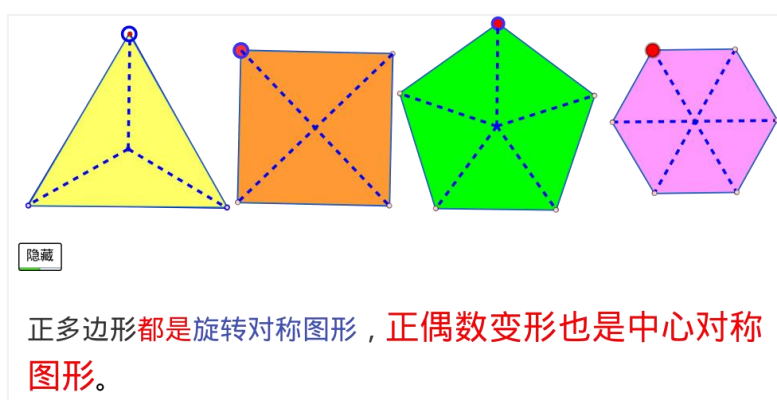


图 4-6 学生探究作品

在交流讨论的基础上，教师应进一步指导学生利用网络画板将脑海中的图形结构具象化为精确的草图，并引导他们用清晰、准确的数学语言阐述绘制思路。图 4-6 正是学生关于正 n 边形是否为轴对称或中心对称图形这一问题的探索成果的生动展示。

这一过程强化了学生的空间观念，也锻炼了学生的逻辑思维和表达能力。在环节的最后，教师点评学生作品，应肯定其创意和亮点，同时指出存在的问题和不足。在此基础上，利用网络画板进行进一步的完善与修正，展示完整的图形效果。这样的教学方式不仅使学生对自己的作品有了更深刻的认识，还能引导他们验证所提的猜想，进一步巩固和拓展数学知识和技能。同时，教师还应鼓励学生在验证猜想的过程中勇于尝试和创新，不拘泥于传统的解题方法，在不断尝试和实践的过程中，逐渐培养出独立思考和解决问题的能力。

（4）自主建构反思，系统归纳知识

建构主义理论的核心在于将学习者置于中心地位，同时凸显教师在这一过程中的引导角色。在这种教学理念下，教师的职责从单纯的知识灌输者转变为促进学习者意义建构的引导者和支持者。因此，在课堂的总结阶段，学生的主要任务是优化数学表达，并深化对新学知识的意义建构。为了协助学生达成这一目标，教师在点评学生画板作品的同时，采用提问策略激发学生的思考，鼓励他们主动将新知识与已有知识相融合，从而构建出完整且连贯的知识体系。在这一过程中，网络画板作为一种互动性教学工具，发挥着不可或缺的作用。学生操作绘图的过程中，通过动态展示几何知识和图形运动变化过程，将这些抽象概念内化为直观的空间表象。这种互动方式不仅显著增强了学生的理解能力，还有助于他们形成正确的空间抽象思维。为检验学生对知识的掌握程度，教师可在课堂尾声时提供变式练习，案例如图4-7、图4-8所示。

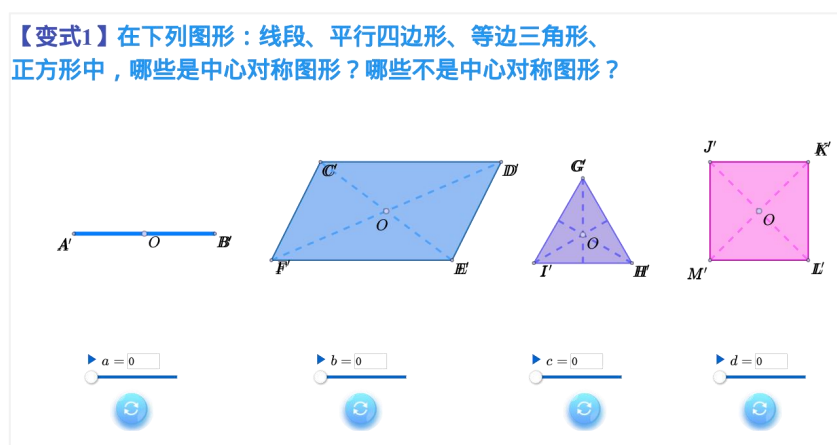


图 4-7 《辨识对称》课件

在完成变式练习的过程中，学生再次利用网络画板进行操作验证和直观展示，巩固所学知识并加深印象。最后，教师系统地梳理和展示知识点，为学生提供一个全面

而清晰的知识框架，帮助他们更好地理解和掌握所学内容。结合后续的课后巩固环节，学生逐渐掌握借助几何直观和逻辑推理来理解更为抽象的空间关系，实现二维图形向三维立体的逻辑转化，进入抽象理解阶段。这种教学方式不仅完全符合建构主义的教学理念，还通过实际操作和直观展示有效地提高了学生的学习效果。设计这样的教学环节，目的是让学生通过建构知识意义的过程中，培养空间抽象思维和实践操作能力，提高学习效果。

找出各种正方体展开图的情况，并尝试总结规律

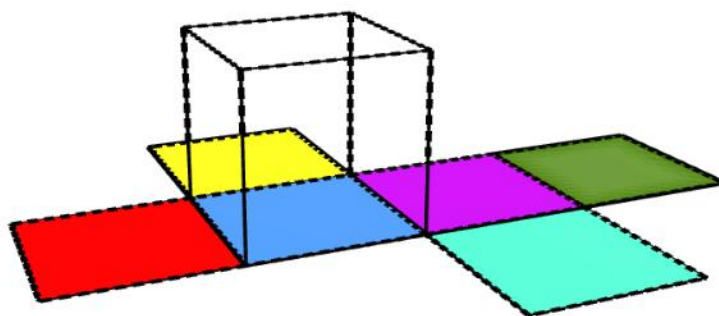


图 4-8 《正方体的展开图》课件

4.3.3 课后巩固：发布探究、分享资源

在课后巩固阶段，教师可以采取多种策略来促进学生的自主探究和提升。其中，发布探究型任务和分享网络画板资源是两种非常有效的方法。

（1）探究任务发布

在一节课的学习结束后，为了延续学生的学习热情并激发他们的探索欲望，教师可以精心设计一些探究性任务。这些任务应根据学生的个性化特点和课堂表现来定制，确保既能满足学生的求知欲，又能有效巩固他们所学的数学知识。例如，教师可以要求学生利用网络画板复习新学内容，通过制作简单的几何模型来加深对几何知识的理解。此外，教师还可以鼓励学生自由探索并创作一个与数学知识点相关的作品，如一个动态的数学图形或一个解决实际问题的数学模型。这样的任务不仅有助于学生提升对网络画板操作的熟练度，还能维持学生对数学学习的兴趣，巩固新知，进而提升空间观念和信息技术能力。

(2) 改进分享画板资源

除了发布个性化的探究型任务外，整理并分享课堂使用的网络画板资源同样至关重要。这些资源囊括了教学课件、示例作品以及练习题等丰富内容，旨在为学生提供便捷的课后复习和自主学习途径。通过网页链接或二维码分享这些课件资源，学生不仅能够巩固课堂上学到的知识，还能在自主学习的过程中发现新的学习点和兴趣点，示例如图 4-9 所示。同时，鼓励学生之间互相学习和交流，通过分享各自的作品和制作经验，促进彼此共同成长。这种互动与交流增强了学生的学习动力，同时拓宽了他们的学习视野。



图 4-9 网络画板课件资源分享

为了进一步促进学生的全面发展，教师还可以发布预习任务，要求学生提前预习课本内容，并尝试利用网络画板建构相关图形，以加深对预习内容的理解。这种预习方式不仅有助于培养学生的自主学习能力，还能为他们在下节课更加积极地参与讨论和互动打下坚实基础。此外，资源的分享不应仅限于师生之间，更应拓展至教师与教师之间。通过分享教学方式、经验和制作好的课件资源，教师可以相互学习、借鉴和成长，从而不断提升自己的教学水平和信息素养。这种资源的循环利用不仅减轻了教师的教学准备负担，也促进了教育资源的优化配置和共享。

4.4 本章小结

本章节首先对义务教育阶段人教版教材有关图形与几何的内容进行了梳理，并基于范希尔几何思维水平理论和《义务教育数学课程标准（2022年版）》划分了中学生空间观念的水平层次，随后根据中学生认知发展特点以及利用网络画板培养中学生空间观念的优势进行了培养策略设计原则的阐述。随后将网络画板深刻融入课前准备、课堂教学及课后巩固三个教学阶段，提出基于网络画板培养中学生空间观念的策略。该策略为后续教学实践中教案设计提供了具体指导原则，同时对教学效果评价构建了理论参照体系，具有重要的借鉴意义。

第5章 基于网络画板培养中学生空间观念的教学实验

5.1 实验设计

5.1.1 实验目的

通过开展教学实验，将基于网络画板中学生的空间观念培养教学策略引入初中课堂实践。在实验过程中，详细记录了实验前和实验后的测试成绩，并运用统计软件对这些成绩进行了数据分析，目的是验证该培养策略是否能够有效推动中学生空间观念的提升，并进一步探讨网络画板对学生数学成绩提高的潜在影响。同时，根据教学实践过程的反馈和观察，对培养策略进行及时的调整和优化，以更好地适应教学实践。

5.1.2 实验对象

教学实验在广州市T中学进行，选取的实验对象为初一年级的学生。实验的具体实施时间定在该学年的春季学期。为了确保实验的有效性和公正性，根据实验开展前的数学周测，选取学生空间观念水平相近的两个班级——初一（1）班和初一（2）班。其中，初一（1）班为实验班，共有43人，采用基于网络画板的中学生空间观念培养策略进行数学教学；初一（2）班为对照班，有40人，该班级将沿用传统的“黑板+纸笔”教学方式。

5.1.3 实验假设

本研究旨在探讨相较于传统教学方法，基于网络画板的中学生空间观念培养策略是否对培养中学生空间观念存在优势。在实验设计中，首先确保了实验班与对照班在前测成绩上无显著差异，以消除学生初始空间观念水平不一的干扰因素。随后，通过对比分析两班在后测中展现的空间观念水平，预期实验班的学生不仅在测试成绩上会有更出色的表现，而且在空间观念的理解和应用上也将达到更高的层次。

因此，本研究提出假设：基于网络画板的中学生空间观念培养策略能更有效地促进学生的测试成绩及空间观念的提升。

5.1.4 实验变量

本次教学实验的变量设置如下：

- （1）自变量：实验班采用的基于网络画板培养中学生空间观念的策略。
- （2）因变量：中学生空间观念水平。
- （3）控制变量。为防止无关变量对教学实验结果的干扰，本次实验中，两个班级的授课任务均由研究者本人承担。教材统一采用人民教育出版社出版的七年级上册《几何图形初步》。在实验开始前，对两个班级进行了前测，以确保两个班级在数学成绩和空间观念水平上无显著差异。

5.1.5 实验前期准备

（1）测试卷的编制

本研究根据所划分第 4.2 节所划分的中学生空间观念水平，编制了相应的前后测试题，题目分布如表 5-1。

表 5-1 测试卷题目分布

	几何图形初步	方向与位置	图形的变换
水平一	1、2、3、4	12(1)	14、15
水平二	5、6、10、11	12(2)、17	16、17、18
水平三	7、8、9、20(3)	13、19、20(1)	19、20(1)、20(2)

测试题共 20 道题目，总分为 100 分，题型包括选择题、填空题以及绘制图像的综合题。试卷结构划分为三个明确的主题模块：第一部分《几何图形初步》，考察学生对基本几何形状的理解及属性认知；第二部分《方向与位置》；第三部分《图形的变换》。两份试卷在整体框架和题型设置上保持一致，后测试卷中各版块题目仅在表述上进行了调整，以确保前后测量焦点的一致性。前后测试卷详细题目见附录 3、附录 4。

几何图形初步题目板块着重在于引导学生区分立体图形与平面图形，培养学生从具体物体中抽象出几何形态的能力，并进一步探讨几何体的投影与透视原理。由于这是学生首次涉足初中几何图形的学习领域，为了稳固其基础，为后续学习铺路，本部分配置了较高比例的题量，共计 11 道题目，难度设置上遵循了由易到难的原则。这些题目旨在检测学生通过视觉解读图形，精准捕捉图形特征的认知技能；同时也包括对

复杂几何图形多角度视图的识别和解析能力。

学生在小学第二学段便开始系统性接触方向与位置相关知识点。从简单的方位认识到利用平面坐标系精确定位物体，这一连贯的学习过程伴随着整个义务教育阶段的数学教育。考虑到学生对该部分内容接触较早且现行考核标准对此类知识的要求相对基础，题目难度相对较低，故在方向与位置这一专题中，仅设置了 2 道题目，题型为填空题和选择题，旨在检验学生判断方位和距离的基本能力。尽管该板块题目数量不多，但其他板块的题目也融入了方向与位置的知识点，以有效评估学生在空间方位和物体间位置关系方面的想象力和表达能力。

图形的变换主要着眼于培养学生感知并精确描述图形运动和变化规律的能力。在这一板块设计了 7 道题目，以检验学生对于图形变换的理解与应用水平。在图形与几何的教学中，强调学生从生活中的实例出发，深入理解和研究图形的各种变换，如轴对称、旋转和平移等。因此，在题目设置中，不乏以生活实例为背景的题目，旨在引导学生将理论知识与实际情境相结合，更直观地感知图形的变化。这一板块考察学生能否通过图形的变化来准确识别转换，或通过实际运动来识别变换。同时，要求学生能够根据变化的要求或坐标关系来绘制图像，进行对应的图形变换操作。

(2) 实验时间安排

本研究实验教学环节时长近两个月，具体时间安排如表 5-2。

表 5-2 实践教学时间安排

	时间	上课 时长	第一周	第二周	第三周	第四周	第五周	第六周
					课堂教学			
实 验 班	周 四 下 午 第七节	45 分 钟	网 络 画 板 培 训	空 间 观 念 水平前测	《几何图 形初步》	《方向与 位置》	《图形的 变换》	空 间 观 念 水平后测
对 照 班	周 五 下 午 第七节	45 分 钟		空 间 观 念 水平前测	《几何图 形初步》	《方向与 位置》	《图形的 变换》	空 间 观 念 水平后测

(3) 实验前培训

根据访谈结果,发现虽然多数数学教师都听说过动态几何软件,但对于网络画板的具体应用却仅停留在听说过的层面。同时,由于实验学校学生的课程安排紧凑,学生中的大部分人也未曾有机会接触网络画板。为了确保教学实验的顺利进行,在实验开始前,为实验对象以及那些对网络画板感兴趣的教师分别安排了一节培训课。这节课的核心目的是全面介绍网络画板的功能,包括其基本的作图工具和相关操作技巧。培训旨在消除学生因对网络画板操作不熟练而可能对教学实验产生的干扰,确保他们能够流畅地运用画板进行学习与探索。

此外,研究人员还介绍了网络画板的教培中心,如图 5-1 所示。该板块汇集了大量关于网络画板的学习资料和推荐的图书教程,为学生和教师在实验结束后进一步深化学习、利用网络画板辅助数学教学提供了便利。



图 5-1 网络画板的教培

(4) 网络画板课件设计

为了确保教学实验的高度有效性与效率,研究者在启动正式具体教学实践前,投入了大量的时间和精力在网络画板平台上搜寻、甄选和制定了一系列与教学内容紧密相关的课件资源。这一过程不仅限于单纯的资源汇集,更包含了对资源内容的深度理解和细致考量,以保证它们能够完美契合教学目标和课程框架。

当遇到既有资源无法满足某个特定数学知识点教授需要的情况时,研究者自主设计并制作课件,以创新和个性化的方式填补空白,满足教学的特殊需求。这一系列资

源整合与创新开发工作，最终在网络画板形成出一套全面而极具针对性的空间观念培养教学实践课程资源包，如图 5-2。该资源包专为本次教学实验量身打造，着重强化了对学生空间观念等核心知识点的培育。具体来看，资源包由三节课的课件资源构成，每节课都聚焦于不同的主题。第一节课主要围绕立体图形的认知展开，通过生动的示例和互动的练习，帮助学生建立起对立体图形的直观感知和深入理解；第二节课整合有关方向与位置的知识点，通过有趣的应用场景和互动课件，让学生在轻松愉快的氛围中再次熟悉方向与位置的基本概念和应用技巧。而第三节课则专注于图形的变换，通过引导学生探索图形在不同变换下的性质和规律，培养学生的空间想象力。

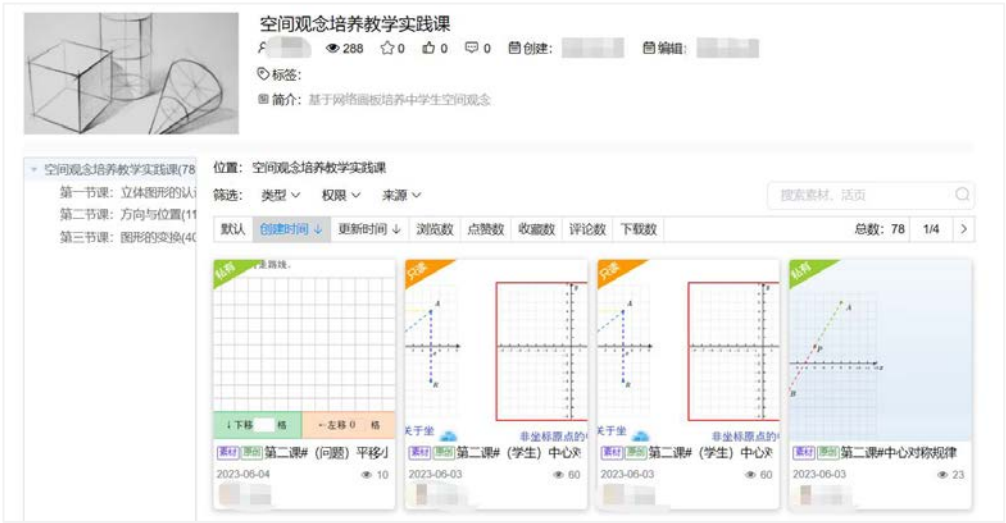


图 5-2 空间观念培养教学实践课资源包

5.2 前测成绩分析

为排除无关变量的潜在影响，本次教学实验在正式启动课堂教学环节之前，预先对实验班与对照班学生发布了一项关于空间观念水平的前测测试。同时，收集两组学生完成的测试卷数据，利用数据统计软件分析在正式授课前实验班与对照班在空间观念能力方面是否存在显著性差异。前测成绩的描述性分析见表 5-3。

表 5-3 前测成绩的描述性分析

	班级	个案数	平均值	标准偏差	标准误差平均值
前测	初一（1）实验班	43	73.65	10.20	1.55
	初一（2）对照班	40	73.35	13.34	2.11

由表 5-3 可知，实验班的平均分为 73.65 分，对照班则为 73.35 分，两者间的平均

成绩差值微乎其微。为进一步验证实验班与对照班在教学干预前的空间观念水平是否存在显著差异，对前测成绩数据进行独立样本 t 检验，结果见表 5-4。

表 5-4 前测成绩独立样本 t 检验

		莱文方差等同性检验		平均值等同性 t 检验					
		F	显著性	t	Sig.(双尾)	平均值 差值	标准误差 差值	差值 95%置信区间	
								下限	上限
前 测	假定等 方差	4.511	0.037	0.116	0.908	0.301	2.596	-4.863	5.465
	不假定 等方差			0.115	0.909	0.301	2.620	-4.921	5.524

在假定等方差条件下，实验班与对照班前测成绩的显著性水平为 0.908；而在不假定等方差情况下，这一数值为 0.909。这两项检验的显著性水平均高于通常设定的显著性阈值 0.05。

因此，在统计意义上，实验班与对照班在教学干预开始前的空间观念测评成绩并无显著差别，即两组学生在正式接受教学干预前的空间观念水平基本一致，适合作为平行对照班来进行接下来的教学实验研究。

5.3 教学案例设计

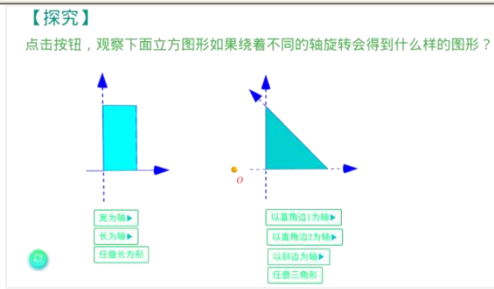
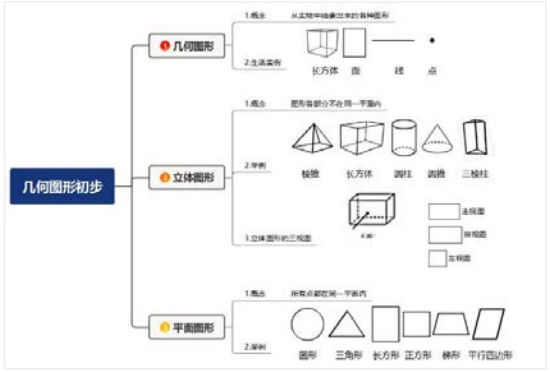
两个班级在进行了前测之后，分别进行了为期近两个月的教学干预：实验班级采用了基于网络画板的培养策略，对照班级则维持传统“黑板+纸笔”的教学方法进行授课。其中第一课为《几何图形初步》，实验班课堂案例设计见表 5-5，关于《方向与位置》和《图形的变换》详细教学案例设计详见附录 5 和附录 6。

表 5-5 《几何图形初步》教学设计

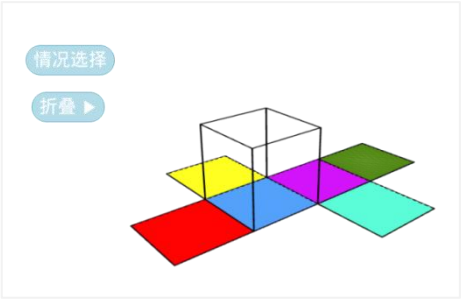
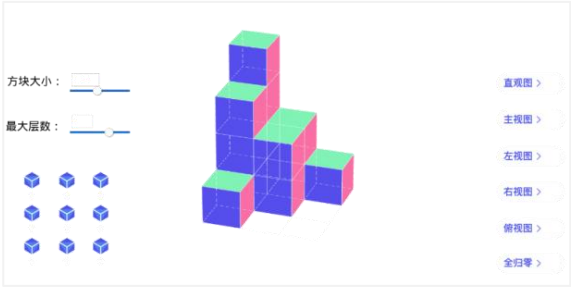
课 题	几何图形初步	课 时	1 节课
教学目标	1.知识与技能：识别和理解基本几何图形性质特征及简单几何体的三视图；学习利用网络画板进行几何图形的动态构建、观察和操作，增强空间观念；运用网络画板模拟三维物体的投影过程，初步理解立体图形与其投影的关系。		
	2.过程与方法：运用直观演示和互动交流的方式，促进学生对几何图形本质的理解和掌握；引导学生通过观察、操作、推理，体验几何图形的动态构建过程，培养学生的		

	空间观念。 3.情感态度与价值观：培养学生对几何学的兴趣和提高学生对几何美的认识 教学重点： 几何图形的基本概念和性质；辨识立体图形的展开图与投影；利用网络画板进行几何图形的绘制与编辑。 教学难点： 学会从实际物体抽象出几何图形；引导学生通过观察、归纳、推理等活动，发现几何规律。		
教学方法	情境导入法、直观演示法、合作探究法	教学工具	网络画板、电子交互白板
教学步骤	教学活动过程		设计意图
一、生活情境导入，激发探究欲望	教师活动：教师使用网络画板展示生活实例，如足球、金字塔、魔方等图片，展示 3D 课件《城堡》，通过拖拽、旋转等操作，使学生多方位多角度观察各几何体。 图 5-3 《3D 城堡》课件 师：同学们，请注意观察屏幕上的这些实例，结合自己的生活实际，尝试说说相似的图形。 在学生踊跃表达的同时，展示图形抽象的过程，例如从足球中抽象出球体，从金字塔中抽象出四面体等。		利用网络画板工具进行引导，通过展示现实生活中的立体物体，学生更好地理解 and 掌握立体几何图形的概念，帮助学生从具体的物体中抽象出几何图形，进而激发他们对立体几何的探究欲望和学习兴趣
二、师生互动交流，探究提出猜想	教师活动：通过课件的动画按钮，播放并讲解点、线（棱）、面的概念，组织学生观察并讨论。 学生活动：通过动态拖拽与旋转三维立方几何体，以不同视角全面探索其结构特点，得出立体图形的概念。		利用网络画板展示 3D 课件，学生在课件中自由拖动观察图形。学生对立体图形有了初步的认识后，教师进一步提出问题，并给予学生足够的时间进行操作和探究。学生可以独立或与他人合作，探究问题答案，在此过程中形成自己的猜想。

	图 5-4 《认识立体图形》课件 生（提出猜想）：长方体从各个视角观察的图形都是长方形吗？四棱锥呢？	这样设计教学环节，学生能够全面了解棱柱、棱锥的特性与区别，加强学生对立体几何图形的理解，建立起两者之间的联系，有助于后续知识体系的形成。
三、启发空间想象，绘制验证猜想	探究一：利用网络画板制作立体图形的投影，学生初步掌握三视图要点 教师活动：启发学生想象，并介绍网络画板投影功能，引导学生制作立体图形的投影。 学生活动：使用网络画板绘制，能够根据物体特征抽象出几何图形；通过观察画板投影，分析出棱柱和棱锥的结构特征，并结合想象验证所提猜想。 师：想象自己在网络画板里面，分别从上面、左面（右面）和正面看这个长方体和棱锥，并用投影功能验证。 图 5-5 《投影与视图》课件 师：说出你们观察到这些立体图形的点、线、面，发现了什么？ 生：长方体所有面都由长方形组成，所有的对应棱、面平行且相等。 生：四棱锥从上面看是一个长方形，从侧面看是三角形。	学生在进行小组探究时，充分利用网络画板的投影功能，深入研究了棱柱和棱锥的三视图。通过展示网络画板课件，学生点击相应的视图按钮，镜头灵活转动，学生能够精准地从各视角观察几何体。 这一过程增强学生对不同几何体三视图的认识，促进学生掌握投影与视图的知识，有助于学生掌握数学语言描述实际立方体。利用运用网络画板的 3D 作图功能，探究平面图形绕某一边旋转形成圆柱体的过程。

	探究二：利用投影功能，进一步探究立体图形圆柱与圆锥的特征。 教师活动：在网络画板 3D 绘制区域中，绘制基本三角形及正方形，讲解旋转功能条件，引导学生探究平面图形围绕一边旋转所得几何体，观察并组织讨论几何体的特征。 学生活动：在网络画板中设定几何图形围绕各自的特定边进行旋转运动，观察图形，描述与棱柱、棱锥的结构区别，总结圆柱、圆锥的几何特征。	
三、启发空间想象，绘制验证猜想	【探究】 点击按钮，观察下面立方图形如果绕着不同的轴旋转会得到什么样的图形？  图 5-6 《几何体的展开》3D 课件 师：请问这两个几何体跟棱柱和棱锥有什么异同点？ 生：从正面观察和从侧面观察到的图形都跟棱柱和棱锥一样，但是从上面看，这两个几何体都是圆形。	设计动态演示展示了平面图形绕轴旋转，与前一个探究任务相结合，进一步加深学生对不同柱体、锥体之间的区别与联系的理解，锻炼由静止到动态的想象能力，同时提升小组合作与独立探究能力。
四、自主建构反思，系统归纳知识	教师活动：再次利用网络画板演示几何图形的基本制作以及投影功能，引导学生亲自动手绘制立体图形，并鼓励促使对本节课知识点分类和归纳。待学生完成知识建构过程后，教师提供相应归纳图（如图 5-7）作为参考。 学生活动：对所学的知识点进行归纳和分类，纳入已有知识体系，形成完整的知识系统。随后在小组内，会展示自己所建构的知识框架，并通过举例来进一步巩固所学内容。  图 5-7 《几何图形初步》思维导图参考	培养学生的自主学习能力、系统归纳知识的能力，帮助建立起“几何图形初步”的空间思维框架。

续表 5-5

探究任务	任务一：正方体是一个由六个完全相同的正方形组合而成的几何体。根据图 5-8，找出所有可能的排列形式，使得这些正方形能够组合成一个完整的正方体。  图 5-8 课件《正方体的展开图》 任务二：根据所提供的《正方体堆积三视图》课件（见图 5-9）。通过互动分析判断出构成这些堆积体所需的正方体的最大和最小数量。  图 5-9 课件《正方体堆积三视图》	任务一是在学生已经掌握立体图形基本概念的基础上，引导进一步探究立体图形的展开，目的是训练学生的发散性思维能力，从不同的角度和层面理解立体图形的构造与变化。 任务二难度有所提升，要求学生通过直接的观察和互动分析，探究正方体堆积在不同视角下的形态变化。学生需要计算并想象满足最大最小数量条件的堆积方式，目的是锻炼学生的“心智想象”，有助于培养学生今后在多种约束条件下解决问题的能力，锻炼学生的发散思维、思考全面和数形结合的技能。
------	--	--

5.4 后测实验结果分析

为检验利用网络画板培养中学生空间观念的策略的教学效果，在课堂教学环节结束之后，向实验班和对照班发放了关于空间观念水平的后测测试卷。两个班级学生均在同一时段内完成了此项测试，随后研究人员统一收集并整理测试成绩数据，综合分析了总体后测成绩，同时对测试卷各部分题目进行了分板块的具体分析。

5.4.1 空间观念后测整体分析

实验班与对照班关于空间观念水平后测成绩的描述性数据统计、独立样本 t 检验数据结果，分别见表 5-6、表 5-7。

由表 5-6 可知实验班和对照班在空间水平观念后测阶段的成绩描述性统计数据，其

中实验班后测成绩平均值为 81.41，对照班学生成绩为 76.95。根据前测数据，两班之间的平均成绩差距仅为 0.3 分。在实施教学干预后，实验班相较于对照班呈现出了显著的进步，实验班的平均分高于对照班 4.46 分，差值提高，表明实验班后测的空间观念水平表现更好。

表 5-6 后测成绩的描述性统计

	班级	个案数	平均值	标准偏差	标准误差平均值
后测	初一（1）实验班	43	81.41	8.63	1.32
	初一（2）对照班	40	76.95	11.43	1.80

表 5-7 后测成绩的独立样本 t 检验

		莱文方差等同性检验		平均值等同性 t 检验					
		F	显著性	t	Sig.(双尾)	平均值 差值	标准误差 差值	差值 95%置信区间	
								下限	上限
后测	假定等方差	2.386	0.126	2.014	0.047	4.457	2.213	0.05	8.86
	不假定等方差			1.994	0.050	4.457	2.236	0.00	8.91

在表 5-7 的独立样本 t 检验结果中，莱文方差等同性检验的显著性为 0.126，大于 0.05，表明后测成绩数据的方差是等同的。因此，采用“假定等方差”下的 t 检验统计量。其中，实验班与对照班的平均值等同性 t 检验显著性水平为 0.047，小于 0.05，该结果表明在差值为 95%的置信区间中，认为实验班与对照班在后测成绩上的差异并非偶然，而是具有统计学意义上的显著差异。

综上所述，对比前测成绩分析结果，通过对后测成绩的整体性数据分析以及进行独立样本 t 检验，可以得知：从整体来看，在网络画板教学环境学生的空间观念发展水平相较于传统教学环境展现出了更为显著的提升，基于网络画板的培养策略对学生空间观念产生积极且显著的教学效果。

5.4.2 空间观念后测题目具体分析

(1) 几何图形初步

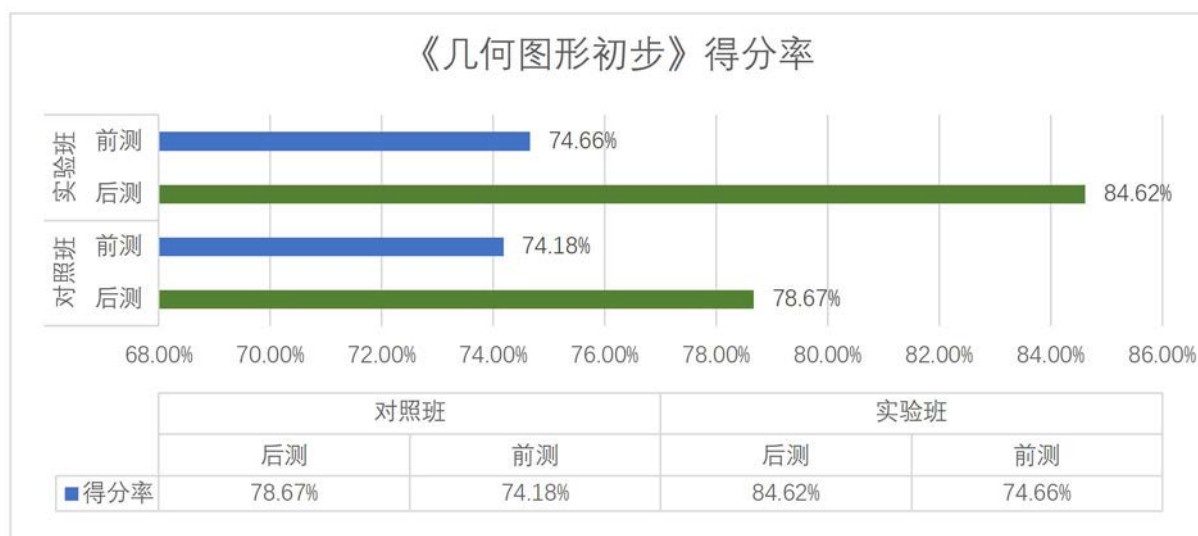


图 5-10 几何图形初步板块得分率

分析图 5-10 可知，实验班在接受教学干预后，其空间观念水平在几何初步板块的得分率有了显著提升，由前测的 74.66% 增加至 84.62%，涨幅近 10%。对照班通过传统教学方式，其得分率实现了从 74.18% 到 78.67% 的得分率提升，但相较之下其增长幅度明显较小。从横向对比来看，实验班后测得分率为 84.62%，对照班后测得分率为 78.67%，实验班高于对照班近 6 个百分点，这一差距反映了网络画板在几何初步板块培养学生空间观念的优势。

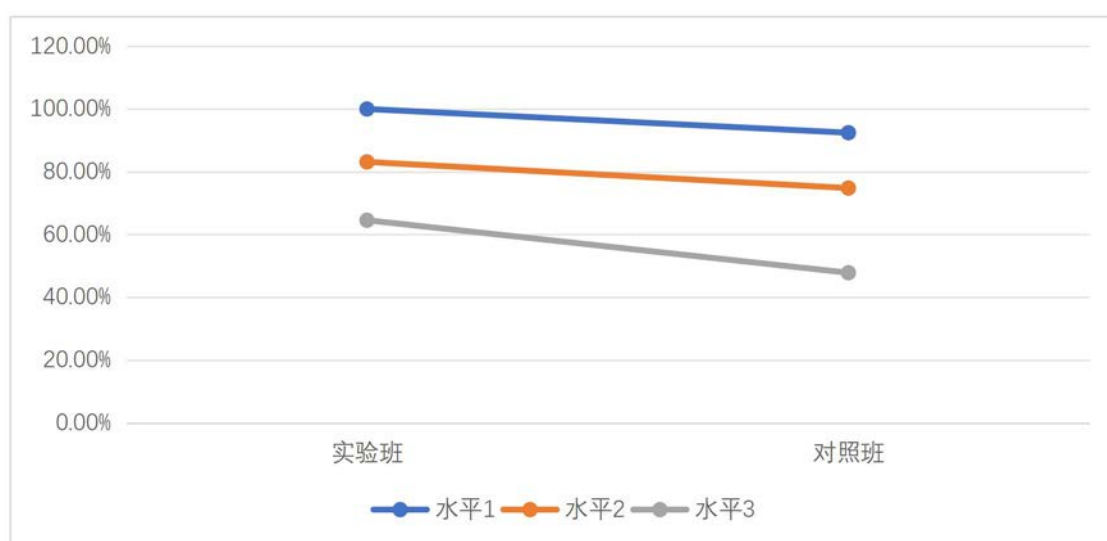


图 5-11 《几何图形初步》空间观念各水平得分率

由图 5-11 可以看出，两班学生后测中的《几何图形初步》空间观念各水平得分

情况。总体来看，实验班在三个不同水平上的得分率均高于对照班，显示出其整体水平的优越性。在水平1上，两个班级的得分率均接近100%，说明在《几何图形初步》基础知识的掌握上，两个班级的大部分学生都达到了空间观念水平1要求的能力。在水平2上，实验班的得分率超过了80%，而对照班则低于这一比例。对于水平3，实验班的得分率明显高于对照班。实验班得分率略高于60%，对照班得分率则低于50%，显示出对照班学生在处理复杂空间问题上的不足。

经过综合分析，发现在前测中实验班和对照班的得分率无显著差距。然而，在后测中，两个班级之间的差距变得较为明显，实验班得分率明显高于对照班，显示出明显的进步。就各水平表现而言，实验班的得分率普遍高于对照班，特别是在水平3上，两班之间的差距尤为显著。可以得知，经过教学干预，学生空间观念水平受到了积极的影响，验证了培养策略在《几何图形初步》板块中提升学生空间观念水平的有效性。

（2）方向与位置

分析图5-12，尽管两个班级在后测中的得分率相较于前测有所提升，但实际增长百分比差值并不显著。进一步结合问卷中第13题和第14题的调查结果，当被问及是否能准确描述从学校到家的具体路径时，绝大多数学生持不同程度的肯定态度。表明两个班级的大多数学生已较为牢固地掌握了方向与位置相关知识点的内容，反映出当前初中学生基本有着良好的空间感知和方向位置辨别能力。

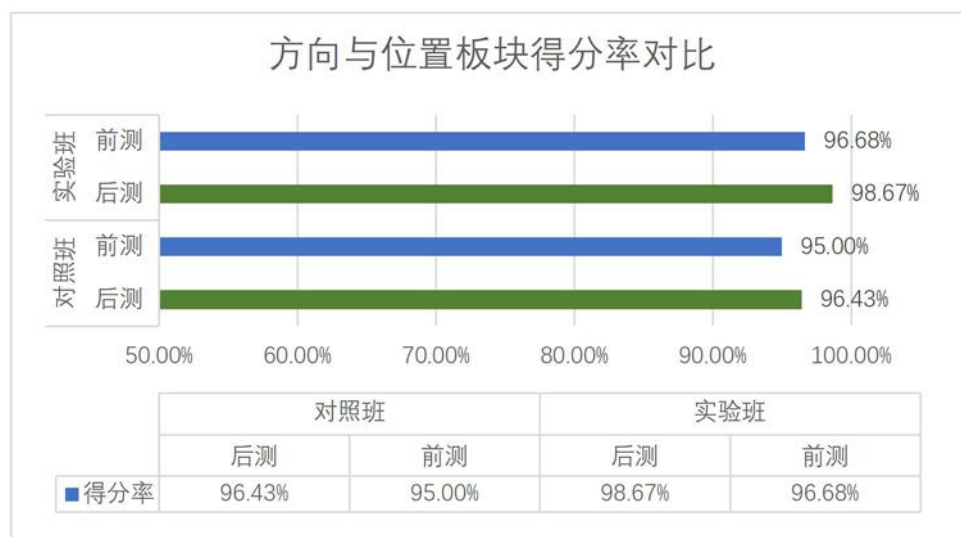


图5-12 《方向与位置》板块得分率

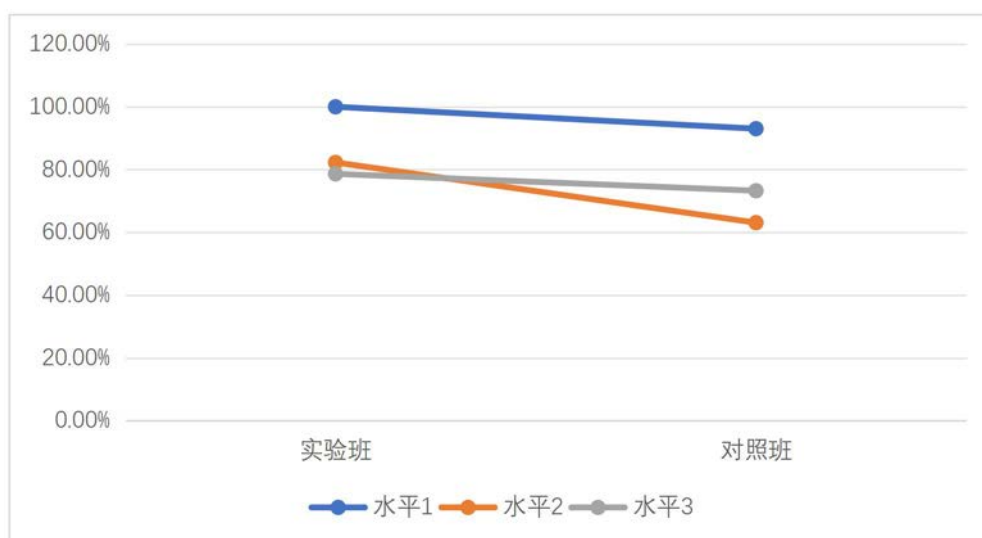


图 5-13 《方向与位置》空间观念各水平得分率

根据图 5-13，可知实验班与对照班在《方向与位置》板块的空间观念水平情况。从整体来看，实验班各水平得分率均高于对照班。在水平 1 上，两个班级的得分率均接近 100%，表明两个班级大部分同学已经基本掌握感知方位空间的位置关系。关于水平 2 方面的表现，实验班学生的得分率已经突破 80%，相比之下，对照班的得分率则略高于 60%，这一数据表明两个班级在这一水平上存在着显著的差距。特别是在后测中，实验班在《方向与位置》这一空间观念水平上的表现更为出色，展现出了更高的掌握程度。对于水平 3，两个班级的得分率均略低于 80%，且班级之间差距并不明显。由此可知，教学干预对实验班运用抽线概念解决空间坐标位置等问题的能力无显著影响。

综上所述，相较于传统教学手段，大部分学生在经过教学干预前已经基本掌握《方向与位置》基本的知识技能，利用网络画板的中学生空间观念培养策略对学生发展《方向与位置》更高水平，为呈现出明显提升效果。

（3）图形的变换

对图 5-14 数据进行分析，实验班的前测得率与后测得分率相比，有明显的提升，大约增长 6%。而对照班的得分率仅增长了约 1%，实验班的增长幅度高于对照班。因此可知，在掌握图形的对称、旋转和平移方面上，实验班整体相较于对照班表现出更好的能力，在网络画板培养策略下的学习，实验班有关《图形的变换》知识的理解和掌握上取得了显著的提升，学生相应的空间观念达到了更好的水平。

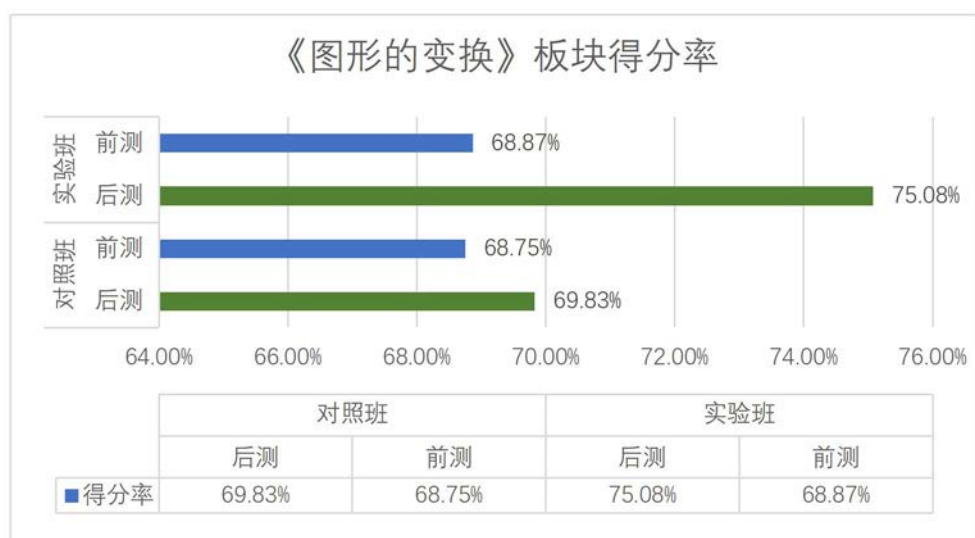


图 5-14 《图形的变换》板块得分率

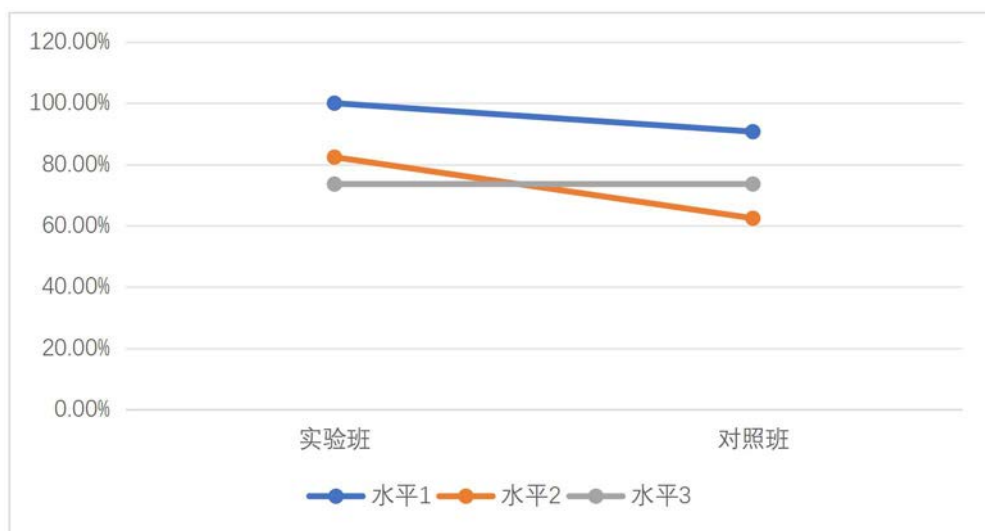


图 5-15 《图形的变换》空间观念各水平得分率

根据图 5-15 可知，实验班与对照班在《图形的变换》板块的空间观念个水平得分情况。从整体来看，实验班的水平 1 和水平 2 得分率均高于对照班，且差异显著。此外，实验班的水平 1 接近于 100%，这说明实验班几乎所有同学都能够利用几何直观和视觉感知把握图形变换的种类和图形特征，基本掌握了《图形的变换》相关的基础概念。实验班的得分率显著超越了对照班，这显示了经过教学干预后，实验班更多学生具备了相应的能力表现。在水平 3 方面，实验班与对照班的得分率相近，但实验班得分率略低于对照班。虽然可以看出大部分学生达到水平 3，但相较于传统的教学方式，实验班的优势并不明显。

综上所述，培养策略在《图形的变换》促进学生整体的空间观念发展上具有显著的效果。特别是根据实验班学生空间观念水平 2 的得分率表现，能够说明培养策略有

一定的优势。然而，在影响学生空间观念向更高水平的迁移方面，该培养策略可能还需要进一步的探索和优化。

(4) 综合题部分作答分析

通过分析学生的后测试卷的具体答题思路，发现学生在最后一道画图综合题存在明显的答题思路差异，具体如图 5-16、图 5-17 所示。

如图，在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，给出了 $\square ABCD$ ，请完成以下题目：

(1) 先将 $\square ABCD$ 竖直向下平移 4 个单位，再水平向左平移 5 个单位得到 $\square A_1B_1C_1D_1$ ，请画出 $\square A_1B_1C_1D_1$ ；

(2) 将 $\square A_1B_1C_1D_1$ 绕 C_1 点顺时针旋转 90° ，得 $\square A_2B_2C_1D_2$ ，请画出 $\square A_2B_2C_1D_2$ ；

(3) 线段 D_1C_1 变换到 D_2C_1 的过程中扫过区域的面积为 $\frac{1}{4}\pi \times 4$ 。

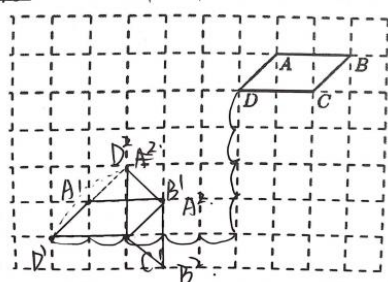


图 5-16 实验班作答情况

如图，在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，给出了 $\square ABCD$ ，请完成以下题目：

(1) 先将 $\square ABCD$ 竖直向下平移 4 个单位，再水平向左平移 5 个单位得到 $\square A_1B_1C_1D_1$ ，请画出 $\square A_1B_1C_1D_1$ ；

(2) 将 $\square A_1B_1C_1D_1$ 绕 C_1 点顺时针旋转 90° ，得 $\square A_2B_2C_1D_2$ ，请画出 $\square A_2B_2C_1D_2$ ；

(3) 线段 D_1C_1 变换到 D_2C_1 的过程中扫过区域的面积为 2。

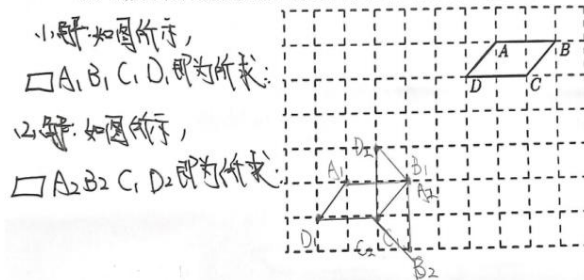


图 5-17 对照班作答情况

综合题的第一小题，学生需要按照给定的要求将图形进行平移。通过观察作答情况，发现实验班的学生会详细描述图形在网格中的具体平移过程（图 5-16），而对照班的学生则不会将图形的具体平移路径绘制出来，这可能导致学生在平移图形过程中产生网格移动偏差。第二小题，学生需要确定好旋转方向、旋转角度、旋转中心，进而对图形进行旋转操作，两个班级的学生均准确解答。在第三小题中，学生需要计算图形线段旋转所扫过的面积区域。实验班的学生在此解题过程会将线段旋转的扫过路径绘制出来（图 5-16），进而明确线段实际扫过的区域为四分之一的圆形。而对照班的学生则未进行相应的草图绘制，这可能是学生将所求四分之一圆面积错误地计算为三角形面积的原因（图 5-17）。由于实验班与对照班的教学环节均是由同一位教师进行授课，排除教学风格差异的影响。因此，实验班学生在作答中展现出的优势，很可能源于他们在利用网络画板学习过程时，利用动态功能探究了图形的立体旋转过程，图形旋转的跟踪轨迹，在学生脑海中形成了清晰的图像。使得学生在计算线段扫

过面积时，能够准确识别出实际所求为四分之一圆的面积。相比之下，对照班的学生在接受传统教学方法时，由于缺乏动态旋转图形的直观感知，只能凭空想象，因此更容易在计算过程中出现误差。

综上所述，网络画板所呈现的动态图形变换过程，能够有效促进学生对于坐标移动与几何图形性质等知识的融合理解，而且通过直观形象的引导方式，进一步有助于学生在答题时细化思路，调整解题习惯。此外，这种方式还能帮助学生在脑海中形成更为生动的答题过程形象，从而提高解题效率和准确性。

5.5 本章小结

本章详细阐述了应用网络画板培养中学生空间观念的教学实验。首先，明确了实验目的、对象、假设及关键变量。接着，说明了测试卷编制、时间安排等前期工作。通过收集分析学生前测成绩，确保两班级在教学前无显著差异，并据此设计课堂教学。实验后，利用数据分析工具对比前后测成绩，综合评估学生空间观念水平。数据显示，相较于对照班，实验班形象化转换水平和抽象理解水平的得分率更高，反映出实验班学生空间观念有更出色的水平表现。结果表明，基于网络画板的培养策略能有效促进学生空间观念的发展。

第6章 总结与展望

6.1 研究结论

本研究借助戴尔经验之塔理论、建构主义理论及范希尔几何思维理论，深入探讨利用网络画板培养中学生空间观念的效果。在广州市T中学，选取了两个水平相近的班级，设为实验班与对照班，分别开展了三个课时的教学实践。通过对比分析教学前后学生空间观念水平成绩数据，得出以下结论：

（1）网络画板软件有助于培养中学生的空间观念

本研究为探究所构建培养策略的可行性，结合教育理论设计具体的教学实验。在确保两个班级的空间观念水平在教学前不存在显著差异的情况下，通过对学生空间观念前后测成绩的收集与统计分析，发现经过教学实验，两个班级的大部分学生均达到了基础感知水平的空间观念。但相较于对照班，实验班的学生在形象化转换和抽象理解方面的得分率显著更高，这充分反映了实验班学生的空间观念水平表现更为出色。实验结果表明，基于网络画板的培养策略在促进学生空间观念发展方面成效显著。实验班在空间观念在更高水平处表现显著优于采用传统教学的对照班。进一步证明，网络画板软件是培养中学生空间观念的有效工具。在教育实践中，学生利用网络画板进行操作学习，不仅直观地领略了动态几何图形的独特魅力，更能够结合自身已有的空间知识与经验，想象并理解物体的运动状态与形态变化，这一过程有力推动学生空间观念的发展。

（2）网络画板激发学生学习兴趣并增强自主探究能力

网络画板作为一种创新的教学工具，不仅能有效激发学生的学习兴趣，还能显著增强他们的自主探究能力。在网络画板的辅助下，学生可以通过直观、生动的图形展示，更深入地理解和掌握知识点，从而增强对学习的热情和动力。一方面，网络画板通过其独特的动态图形变换功能，将抽象的数学知识具象化，让学生在操作过程中感受到数学的魅力和趣味。这种直观的学习体验能够吸引学生的注意力，激发他们的好奇心和求知欲，从而更加主动地投入到学习中去。另一方面，网络画板为学生提供了一个开放、自由的学习环境，使他们能够根据自己的兴趣和需求进行自主探究。学生

可以在网络画板上自由绘制图形、调整参数，观察图形的变化过程，从而发现其中的规律和性质。这种自主探究的过程不仅能够帮助学生巩固所学知识，还能够培养他们的创新思维和实践能力。

（3）网络画板辅助教学对于提升教师信息素养具有显著价值

从教师的角度来看，网络画板环境下的智慧教学实践体现在：一方面，网络画板显著优化了教学质量与效率。相较于传统的黑板教学和静态教具，网络画板通过其独特的动态演示功能，能够更为清晰地阐述复杂的数学概念。以圆的周长公式推导为例，网络画板能够帮助学生直观地理解圆周率 π 的含义，以及如何通过极限思想来逐步逼近圆周率的真实值。另一方面，网络画板促进了教师信息技术与数学教育能力的整合与提升。在信息化教学的时代背景下，教师需要具备一定的信息素养以适应这一趋势。网络画板提供了丰富的资源库，教师能够利用这些资源，结合不同课程内容和教学方法，甄选并制作高质量的课件，进一步提升教学效果。

6.2 研究局限与不足

本研究虽在探索网络画板在培养学生空间观念方面的应用上取得了一定成果，然而受限于个人能力、学校设施及时间安排等多方面因素，研究仍存在一些局限与不足：

（1）理论与实践融合有待深化。受限于个人教学经验与专业知识的局限性，本研究在探索空间观念培养的实践途径及其与理论的有机结合时，难免出现理论与实际应用场景间的轻微脱节。此外，空间观念测验试卷的结构布局与题目分配可能不够均衡，需要进一步优化。

（2）实验样本的代表性存在局限。本研究仅以两个班级为实验对象，样本规模相对较小，可能影响统计结果的普遍性。同时，不同班级间的学习态度等因素也可能对实验结果产生影响，使得本研究的结论在广泛代表性上有所欠缺。

（3）网络画板在日常课堂教学中的普及推广存在一定难度。尽管本研究在实验学校信息化机房中顺利进行了教学实践，但要在日常教学中实现网络画板的广泛应用，还需考虑现实条件。网络画板作为常态化教学工具的应用，要求学生具备个人终端设备且师生需掌握基本的信息技术操作技能。因此，学校硬件设施条件及师生信息技术素养的差异，可能影响网络画板在日常课堂的融入。

6.3 研究展望

基于以上研究的成果与存在的局限性，本研究将继续进行以下探索与展望：

（1）完善研究方法。进一步细化数据处理与分析的方法，针对空间观念能力测试问卷，持续优化题目设计，确保各个题目板块的组成及题量分配更加科学严谨，从而能够更精确地衡量和评价学生个体的空间观念能力水平。

（2）扩大实验范围和样本量。为提高实验结果的普适性和代表性，下一步联合多所学校开展更大规模的网络画板培养学生空间观念研究，增加参与学校和学生数量，以便全面考察基于网络画板的中学生空间观念培养策略对不同背景下，或不同学段学生空间观念的影响。

（3）拓展教学内容。当前，网络画板在数学其他领域，如函数、统计和代数等教学中的应用潜力尚未得到充分发掘。为了更全面地评估网络画板对义务教育阶段学生数学核心素养的影响，后续研究将致力于拓展教学内容，选取初中课程中的函数、代数、统计等知识点进行深入而广泛的探索与研究。

参考文献

- [1] 申继亮. 把握育人方向创新育人模式——解读教育部《关于全面深化课程改革落实立德树人根本任务的意见》[J]. 基础教育课程, 2015, (03): 10-12.
- [2] 余文森. 从“双基”到三维目标再到核心素养——改革开放 40 年我国课程教学改革的三个阶段[J]. 课程.教材.教法, 2019, 39(09): 40-47.
- [3] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准（2022 年版）[M]. 北京：北京师范大学出版社, 2022: 5-16.
- [4] 关雯. 1949-2000 年中国中学数学教学大纲的比较研究[D]. 西北师范大学, 2006.
- [5] 王运武, 李炎鑫, 李丹等. “十四五”教育信息化战略规划态势分析与前瞻[J]. 现代教育技术, 2021, 31(06): 5-13.
- [6] 唐文和, 刘向永. 信息技术与课程整合的实践问题分析[J]. 中国远程教育, 2004, (03): 63-64.
- [7] 张萍. 基于信息技术的课程整合[J]. 实验教学与仪器, 2010, 27(03): 38-39.
- [8] 张景中, 彭翥成. 深入数学学科的信息技术[J]. 数学教育学报, 2009, 18(05): 1-7.
- [9] 周亚男. 动态化教学：发展学生的“空间观念”[J]. 数学教学通讯, 2020, (34): 2.
- [10] 高超. 初中数学“图形与几何”教学中空间观念的培养[J]. 科技资讯, 2020, 18(30): 143-144+147.
- [11] 何美英. 小学数学图形教学中学生空间观念的培养[J]. 亚太教育, 2022, (17): 54-56.
- [12] 孟晶, 周善伟. 学生空间观念发展的研究热点、趋势和展望[J]. 楚雄师范学院学报, 2021, 36(02): 82-87.
- [13] 全美数学教师理事会. 美国学校数学教育的原则和标准[M]. 人民教育出版社, 2004, 7-11.
- [14] 曹才翰. 数学教育心理学[M]. 北京：北京师范大学出版社, 2006, 11-23.
- [15] 孙晓天, 孔凡哲, 刘晓玫. 空间观念的内容及意义与培养[J]. 数学教育学报, 2002, (02): 50-53.
- [16] 王林全. 空间观念的基本构成与培养——兼谈美国如何发展学生的空间观念[J]. 数学通报, 2007, (10): 24-27.
- [17] 刘晓玫. 小学生空间观念的发展规律及特点研究[D]. 东北师范大学, 2007.
- [18] 韩龙淑, 吕传汉. 空间观念的含义和特征及其教学策略[J]. 数学教育学报, 2010, 19(06): 20-22.
- [19] 徐云鸿. 小学高年段空间观念测评体系研究[J]. 数学教育学报, 2019, 28(05): 9-13+97.
- [20] 宋乃庆, 王诗梦, 罗士琰. 小学生空间观念：内涵、价值及表现形式[J]. 教育与教学研究, 2021,

35(06): 44-54.

- [21] 史坚, 顾继玲. 九年级学生“空间观念”现状的调查研究[J]. 数学教育学报, 2013, 22(04): 71-74.
- [22] 杨薇. 初中生“空间观念”发展现状调查研究[D]. 昌吉学院, 2023.
- [23] 邵光华. 论空间想象能力及几何教学[J]. 课程.教材.教法, 1996, (07): 32-36.
- [24] 杨杰军. 核心素养视角下小学生数学空间观念的培育及评价[J]. 内蒙古师范大学学报(教育科学版), 2019, 32(03): 79-82.
- [25] 马芳. 对发展空间观念中考试题的分析与研究[J]. 山西师范大学学报(自然科学版), 2009, 23(S1): 18-22.
- [26] 聂丽君. GeoGebra 支持的数学空间观念教学活动设计研究[D]. 南昌大学, 2023.
- [27] Jackiw R N, Finzer W F. The geometer's sketchpad: programming by geometry[M]. Watch what I do. MIT Press, 1993.
- [28] Meadows M, Caniglia J. That Was Then... This is Now: Utilizing the History of Mathematics and Dynamic Geometry Software[J]. International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 2021, 9(2): 198-212.
- [29] Guven B. Using dynamic geometry software to improve eight grade students' understanding of transformation geometry[J]. Australasian Journal of Educational Technology, 2012, 28(2): 364-382.
- [30] Greefrath G, Hertleif C, Siller H S. Mathematical modelling with digital tools—a quantitative study on mathematising with dynamic geometry software[J]. ZDM, 2018, (50): 233-244.
- [31] Ng O L, Shi L, Ting F. Exploring differences in primary students' geometry learning outcomes in two technology-enhanced environments: dynamic geometry and 3D printing[J]. International Journal of STEM Education, 2020, 7(50): 1-13.
- [32] Zhang J, Gao J, Lei S, et al. Research on NetPad Teaching Mode Based on ARCS Motivational Model[C]. 2022 17th International Conference on Computer Science & Education(ICCSE). Springer, 2022: 157-167.
- [33] Li J, Zhang J, Rao A, et al. Exploration of Rose Curves with NetPad[C]. 2022 17th International Conference on Computer Science & Education(ICCSE). Springer, 2022: 122-135.
- [34] 杨静. 在立体几何中使用 GeoGebra 培养直观想象素养的教学研究[D]. 山东师范大学, 2022.
- [35] 高媛, 江建国. 动态几何对学生选择性注意力影响的认知分析[J]. 科技视界, 2014, (09): 130-132.

- [36] 李赵容. 基于网络画板培育高中生直观想象的教学实验研究[D]. 贵州师范大学, 2021.
- [37] 张景中. 从 PPT 到动态几何与超级画板[J]. 高等数学研究, 2007, (02): 57-61.
- [38] 陆兴华, 李兴贵. 互联网+动态数学: 网络画板推进数学教学变革[M]. 湖南教育出版社, 2019, 1-15.
- [39] 管皓, 秦小林, 饶永生. 动态数学数字资源开放平台的研究与设计[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2019, 51(05): 14-22.
- [40] 孙元勋, 许鹏. 提升数学教师信息化应用能力的策略与实践反思[J]. 新教育, 2022, (22): 11-14.
- [41] Hoong L Y. The Geometer's Sketchpad[J]. Teaching Pre K - 8, 2010, 92(8): 24.
- [42] Hohenwarter M, Preiner J. Dynamic mathematics with GeoGebra[J]. Convergence, 2007, 178-189.
- [43] Chen R, Rao Y, Guan H, et al. The Design and Implementation of Intersection Points of Geometric Figures in NetPad, 2018 13th International Conference on Computer Science & Education (ICCSE), Colombo, Sri Lanka, 2018, pp. 1-6
- [44] Chen N, Guan H, Wang Y, et al. A Comparative Study of Solving the Surface Area of Solid Figures in Dynamic Geometry System, 2021 16th International Conference on Computer Science & Education (ICCSE), Lancaster, United Kingdom, 2021, pp. 777-782
- [45] 马梦荣, 雍进军, 张加林等. 网络画板在中学数学教学中的应用[J]. 贵州师范学院学报, 2018, 34(12): 80-84.
- [46] 彭艳梅, 侯小华. 基于网络画板应用的双曲线的简单几何性质教学设计[J]. 中国教育技术装备, 2020, (15): 40-42.
- [47] Dwyer, Francis. Edgar Dale's Cone of Experience: A Quasi-Experimental Analysis[J]. International Journal of Instructional Media, 2010, 211-225.
- [48] 李士杰, 王岩. 教学媒体的发展与戴尔经验之塔的再认识[J]. 内蒙古师范大学学报(教育科学版), 2001, (03): 22-24.
- [49] McLuhan M. Understanding Media: The Extensions of Man[J]. American Quarterly, 1994, 16(4).
- [50] Troelstra A S. Constructivism in Mathematics Vol.1[J]. Archives of Surgery, 1988, 122(2): 207-12.
- [51] 何克抗. 建构主义的教学模式、教学方法与教学设计[J]. 北京师范大学学报: 社会科学版, 1997, (5): 8.
- [52] Shaughnessy W F B M. Characterizing the van Hiele Levels of Development in Geometry[J]. Journal

- for Research in Mathematics Education, 1986, 17(1): 31-48.
- [53] 曾友良, 负朝栋. 范希尔理论的几何思维水平研究综述及启示[J]. 当代教育理论与实践, 2017, 9(05): 12-16.
- [54] Rahman H S, Susanto, Hobri, et al. Scaffolding profile in solving geometry problems in terms of van Hiele level[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2020, 1538(1): 012069(10pp)
- [55] Nusaibah N, Pramudya I, Subanti S. Geometric Thinking Skills of Seventh Grade Students on the Topic of Triangle and Quadrilateral Based on Van Hiele Geometry Learning Theory[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 1776(1): 02-10.
- [56] Liu X. Constructing the Geometry Curriculum Beneficial for the Development of Students' Spatial Sense[J]. Curriculum, Teaching Material and Method, 2008, 24-31.
- [57] 王智婕. 初中生数学空间观念现状的调查研究[D]. 沈阳师范大学, 2017.
- [58] 杨敏毅. 基于 Geogebra 的初中学生数学空间观念培养研究[D]. 广西师范大学, 2020.
- [59] 吴明隆. SPSS 统计应用实务: 问卷分析与应用统计[M]. 科学出版社, 2003, 194-237.
- [60] 王春香, 孙庆然. 从“静态观察”到“迁移应用”——刍议“图形与几何”教学中学生空间观念的培养[J]. 数学教学通讯, 2021, (25): 2.
- [61] 傅燕萍. 基于 Geogebra 培养学生数学空间观念的实践研究[J]. 新课程研究, 2023, (04): 84-87.
- [62] 陈瑜昊. 例谈初中几何教学中学生空间观念的培养——以“翻折与轴对称图形”为例[J]. 现代教育, 2018, (11): 2.
- [63] 郑吉婷. 培养学生的空间观念——以“图形的旋转”一课为例[J]. 教育观察, 2019, 8(18): 40-42.
- [64] 王丽娟. 中小学三视图课程内容及教学研究[D]. 陕西师范大学, 2016.

附录 1 中学生空间观念水平现状调查问卷

中学生空间观念水平现状

亲爱的同学，你好！

非常感谢你参与我的调查，这是一份关于中学生空间观念培养现状的调查问卷，你的回答将被完全保密，请放心。本问卷不计成绩，也不做任何评定依据，请如实填写，谢谢你的合作与支持！

1. 你对数学中有关几何的感兴趣 ()

A.完全同意 B.基本同意 C.不确定 D.基本不同意 E.完全不同意

2. 对照自身情况，你对空间观念的了解程度是？ ()

A.非常了解 B.听过并且有点了解 C.听过但不了解 D.完全没听过

3. 你认为几何知识的学习最困难的部分是什么？ ()

A.几何体的三视图与展开图

B.位置与方向

C.图形的平移

D.图形的对称

E.图形的旋转

4. 你认为几何知识与解决身边的实际生活有怎样联系？ ()

A.紧密的联系

B.有一点联系

C.完全没有联系

5. 关于索道上运行的观光缆车，我能马上知道这属于数学中图形变换现象——平移 ()

A.完全同意 B.基本同意 C.不确定 D.基本不同意 E.完全不同意

6. 给定图形和条件，我能够准确画出该图形平移之后的图像 ()

A.完全同意 B.基本同意 C.不确定 D.基本不同意 E.完全不同意

7. 对于任意平面图形，我都能够准确判断其是否为轴对称图形

A.完全同意 B.基本同意 C.不确定 D.基本不同意 E.完全不同意

8. 当一张纸被对折两次后，即便使用铅笔在上面随意扎洞，我也能在纸展开之前，凭借对折形成的对称轴，确定展开后洞的确切位置（ ）

A.完全同意 B.基本同意 C.不确定 D.基本不同意 E.完全不同意

9. 对任意一个四边形（正方形、长方形、平行四边形、梯形等）顺时针旋转 90° ，我都能画出它旋转后的图形（ ）

A.完全同意 B.基本同意 C.不确定 D.基本不同意 E.完全不同意

10. 对任意一个常见立体图形(柱体、椎体、台体或球体)顺时针旋转 90° ，我都能想象出它旋转后的图形（ ）

A.完全同意 B.基本同意 C.不确定 D.基本不同意 E.完全不同意

11. 给出几何图形的三视图，我能准确想象出所描述的实际图形（ ）

A.完全同意 B.基本同意 C.不确定 D.基本不同意 E.完全不同意

12. 我现在就能在脑海中想象出一个三棱柱从正面、左面、上面观察而得的形状()

A.完全同意 B.基本同意 C.不确定 D.基本不同意 E.完全不同意

13. 我知道我家在学校的哪个方位以及学校在我家的哪个方位（ ）

A.完全同意 B.基本同意 C.不确定 D.基本不同意 E.完全不同意

14. 我能够口头描述出从学校到家或从家到学校的行走路径（ ）

A.完全同意 B.基本同意 C.不确定 D.基本不同意 E.完全不同意

附录 2 空间观念教学现状的访谈提纲

空间观念教学现状的访谈提纲

尊敬的老师：

您好！本次访谈的目的是了解中学数学教师培养学生空间观念的教学现状以及教师对动态几何软件融入数学教学的看法和建议。您的参与对本研究具有十分重要的价值，我向您承诺，今天的访谈所涉及的内容仅作为我的研究参考。我将对您的观点进行严格保密，非常感谢您的参与配合。

访谈时间：

访谈地点：

访谈对象：

问题 1：您对“空间观念”有所了解吗？谈一谈您的看法。

问题 2：您认为空间观念与哪些数学内容相关？

问题 3：您在培养学生空间观念时，通常采用什么教学方式？

问题 4：您认为在教学中培养学生的空间观念存在哪些问题？应该如何解决？

问题 5：您在平时教学过程中是否曾经使用或尝试使用过信息技术辅助教学？效果如何？

问题 6：您了解动态几何软件吗？比如几何画板、Geogebra、网络画板

问题 7：在了解网络画板之后，您今后会尝试在数学的课堂中使用网络画板来培养学生的空间观念吗？为什么？

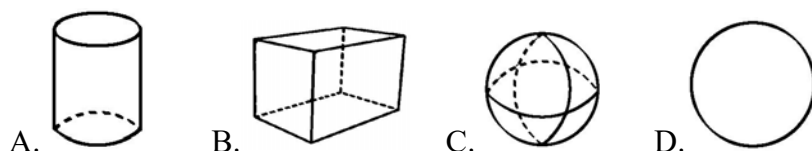
附录3 中学生空间观念知识前测测试卷

中学生空间观念知识前测测试卷

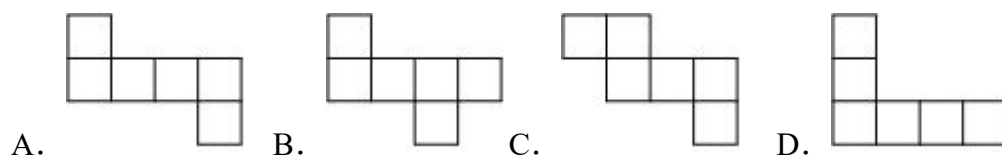
班级：（ ） 姓名：（ ） 性别：（ ）

第一部分：几何图形初步

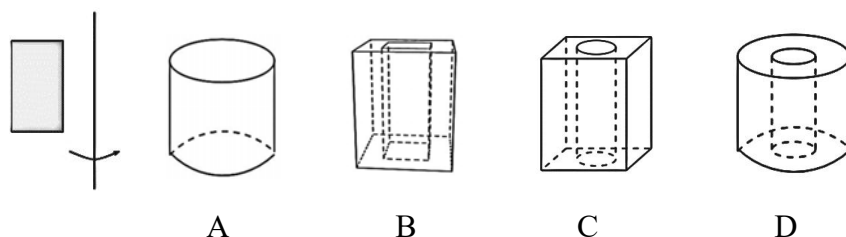
1. 下面的四个几何图形中，表示平面图形的是（ ）



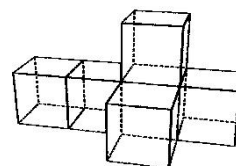
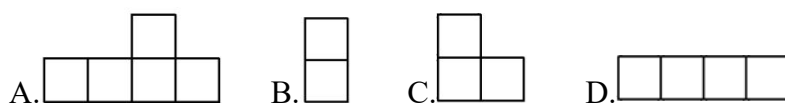
2. 下列四个图形中，不是正方体展开图的（ ）



3. 如图，把左边的图形绕着给定的直线旋转一周后形成的几何体是（ ）



4. 如图的几何体，从左面看，得到的平面图形是（ ）

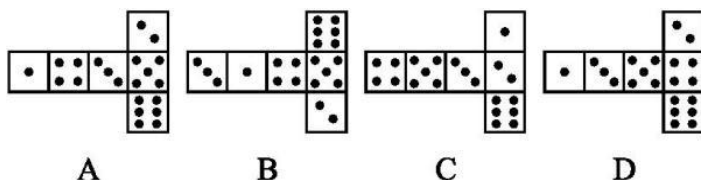


5. 如图是一块带有圆形空洞和矩形空洞的小木板，则下列物体中最有可能既可以堵住圆形空洞，又可以堵住矩形空洞的是（ ）

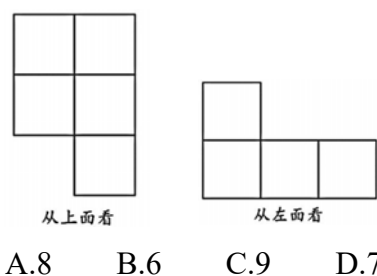
A. 正方体 B. 球 C. 圆锥 D. 圆柱



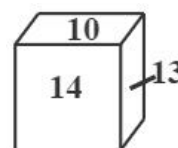
6. 骰子是一种特殊的数字立方体(如图),它符合规则:相对两面的点数之和总是7,下面四幅图中可以折成符合规则的骰子的是（ ）



7.已知一个几何体由大小相等的若干个小正方体组成，从上面、左面看到的图形如图所示，则组成该几何体的小正方体的个数最少为()



8. 一个正方体的六个面上写着六个连续的整数，且相对面上的两个数之差相等，如图所示，你能看到的数为 10,13,14，则六个整数的和为_____.



9. (单选题) 有两个命题:

命题 1:图形 F 是一个矩形(长方形).

命题 2:图形 F 是一个三角形.

其中，正确的是_____.

(A)如果命题 1 正确，那么命题 2 也正确

(B)如果命题 1 错误，那么命题 2 正确

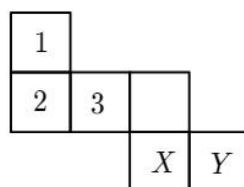
(C)命题 1 和命题 2 不能同时正确

(D)命题 1 和命题 2 不能同时错误

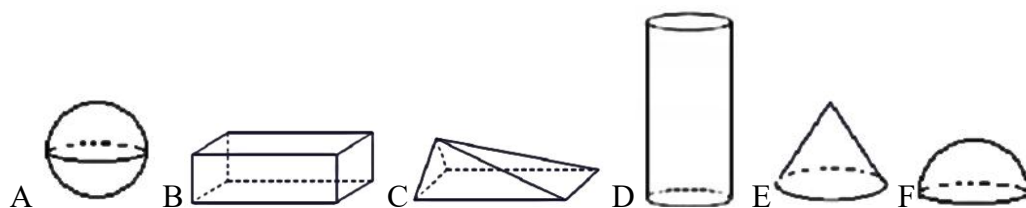
(E)以上都不对

10.如下图，要使图中平面展开图折叠成正方体后，相对面上两个数的和为 6，那么

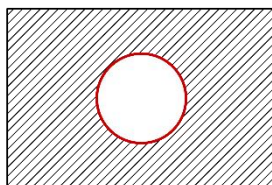
$x = ()$ ， $y = ()$



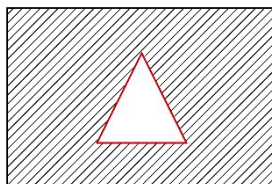
11. 请观察下图 6 个几何体，找出能通过指定的带有空洞木板的几何体。（多选题：每个括号答案有 1 个或 1 个以上）



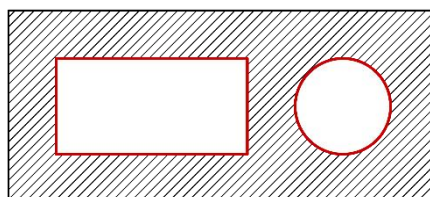
(1) 几何体 () 能通过



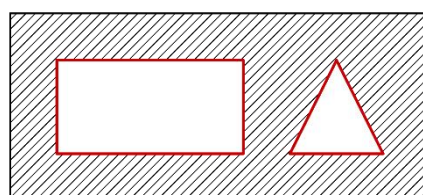
(2) 几何体 () 能通过



(3) 几何体 () 都能通过



(4) 几何体 () 都能通过

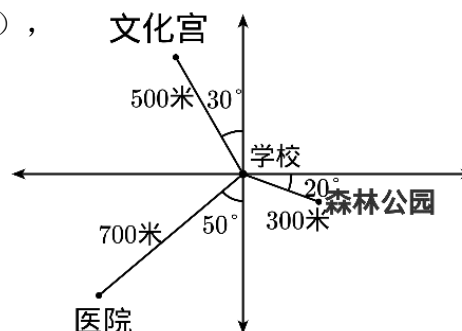


第二部分：方向与位置

12. 观察方位图，学校位于坐标系原点，回答以下问题：

(1) 文化宫的位置是学校北偏西 30° ，距离学校（ ）米。

(2) 医院的位置是学校（ ）偏（ ）（ ），
距离学校（ ）米。



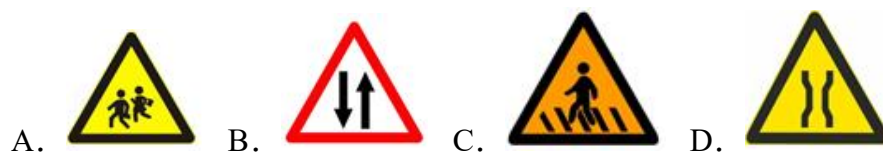
13. 我国有五座名山，合称“五岳”。他们分别是中岳嵩山，东岳泰山，西岳华山，南岳衡山，北岳恒山。下图是“五岳”所在位置的平面图。图中已经表示出南岳的位置，请选出 1、2、3、4 分别代表哪座山（ ）

- A 1. 西岳华山 2. 东岳泰山 3. 北岳恒山 4. 中岳嵩山
- B 1. 北岳恒山 2. 东岳泰山 3. 西岳华山 4. 中岳嵩山
- C 1. 北岳恒山 2. 中岳嵩山 3. 西岳华山 4. 东岳泰山
- D 1. 西岳华山 2. 东岳泰山 3. 中岳嵩山 4. 北岳恒山

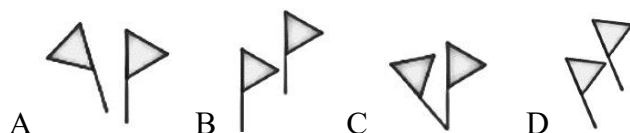


第三部分：图形的变换

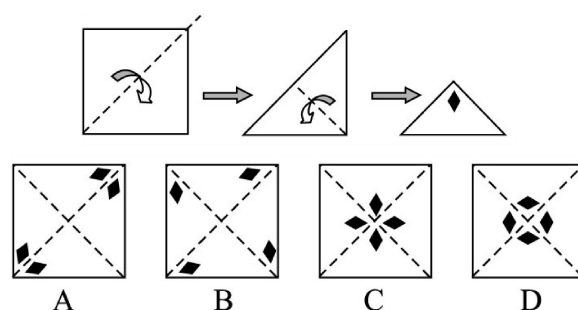
14. 下列交通安全标志中，是轴对称图形的是（ ）



15. 观察下面几组小旗，旋转其中一面小旗能与另一面重合的是（ ）

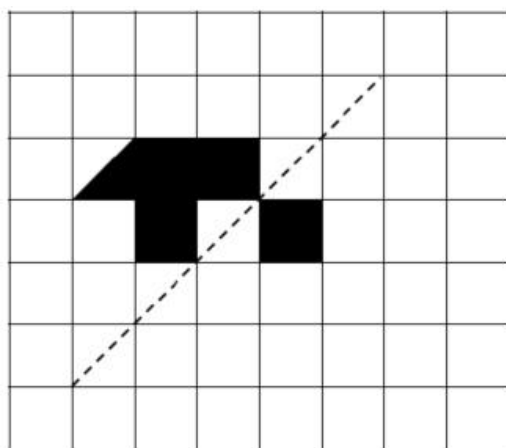


16. 如图，将正方形纸片对折两次，并剪出一个菱形小洞后铺平，得到的图形是（ ）



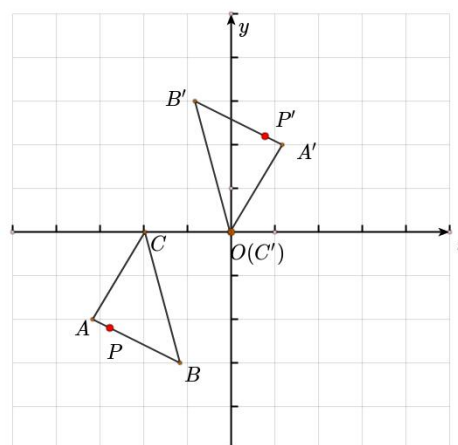
17. 在平面直角坐标系中点 A (3, a) 与点 B (b, 4) 关于 y 轴对称，则 a、b 分别是_____.

18. 根据对称轴画出对称图形的另一半，并涂上阴影(已画出其中一部分)



19.如图，把图中的 $\triangle ABC$ 经过一定的变化得到 $\triangle A'B'C'$ ，如果 $\triangle ABC$ 上的点 P 的坐标为 (a, b) ，那么它的对应点 P' 的坐标为（ ）

A. $(a-2,b)$ B. $(-a-2,-b)$ C. $(a+2,b)$ D. $(a+2,-b)$

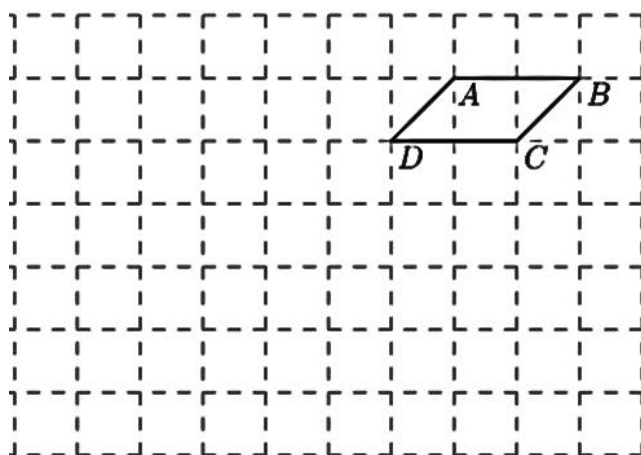


20.如图，在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，给出了 $\square ABCD$ ，请完成以下题目：

（1）先将 $\square ABCD$ 竖直向下平移 4 个单位，再水平向左平移 5 个单位得到 $\square A_1B_1C_1D_1$ ，请画出 $\square A_1B_1C_1D_1$ ；

（2）将 $\square A_1B_1C_1D_1$ 绕 C_1 点顺时针旋转 90° ，得 $\square A_2B_2C_1D_2$ ，请画出 $\square A_2B_2C_1D_2$ ；

（3）线段 D_1C_1 变换到 D_2C_1 的过程中扫过区域的面积为_____.



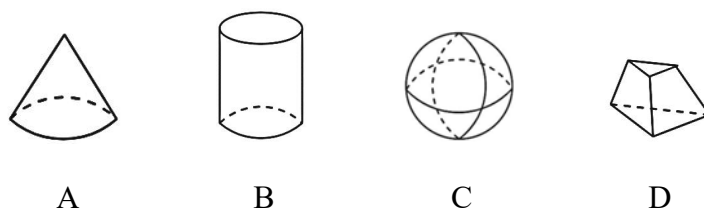
附录 4 中学生空间观念知识后测测试卷

中学生空间观念知识后测测试卷

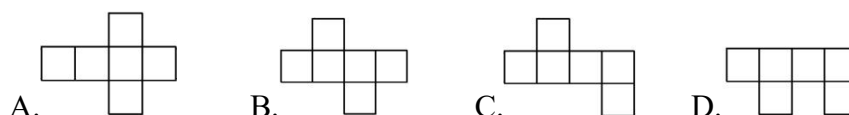
班级：（ ） 姓名：（ ） 性别：（ ）

第一部分：几何图形初步

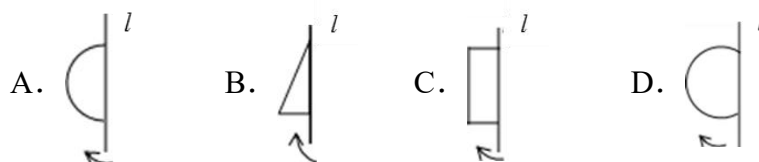
1. 下列几何体中，圆柱体是（ ）



2. 下列图形中，不是正方体展开图的是（ ）



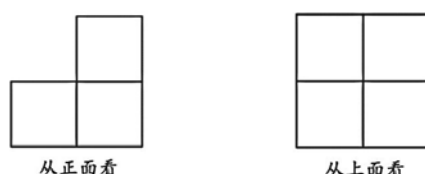
3. 如图，下列图形绕直线 l 旋转一周后，能得到圆柱体的是（ ）



4. 一个物体从上面看到的图形是 , 那么这个物体应该是（ ）。

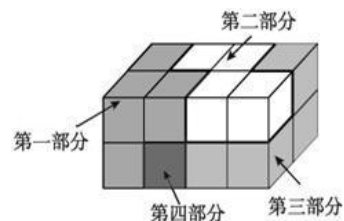
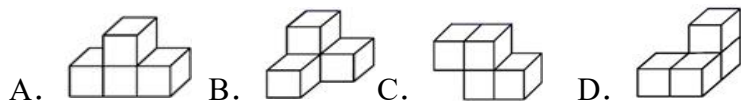


5. 一个由一些大小相同的小正方体搭成的几何体，从正面看和从上面看得到的平面图形如图，则搭成该几何体的小正方体的个数最多是（ ）

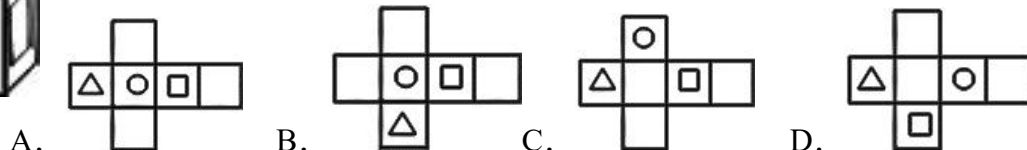


A.4 B.6 C.5 D.7

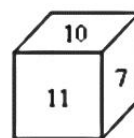
6. 下面的长方体是由 A, B, C, D 四个选项中所示的四个几何体拼接而成的, 而且这四个几何体都是由 4 个同样大小的正方体组成的, 那么长方体中, 第四部分所对应的几何体应是()



7. 下面四个图形中, 经过折叠能围成如图所示的几何图形的是()



8. 一个正方体的六个面上写着六个连续的整数, 且相对面上的两个数之和相等, 如图所示, 你能看到的数为 7, 10, 11, 则六个整数的和为_____



9. 所有矩形(长方形) 都满足而有些平行四边形不满足的性质是_____ (单选题)

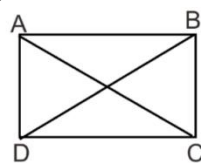
(A) 对边相等($AB=CD$; $BC=AD$)

(B) 对角线相等($AC=BD$)

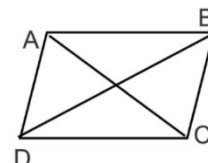
(C) 对边平行(AB 和 CD 平行; BC 和 AD 平行)

(D) 对角相等($\angle BAD=\angle BCD$; $\angle ABC=\angle ADC$)

(E) 以上都不对

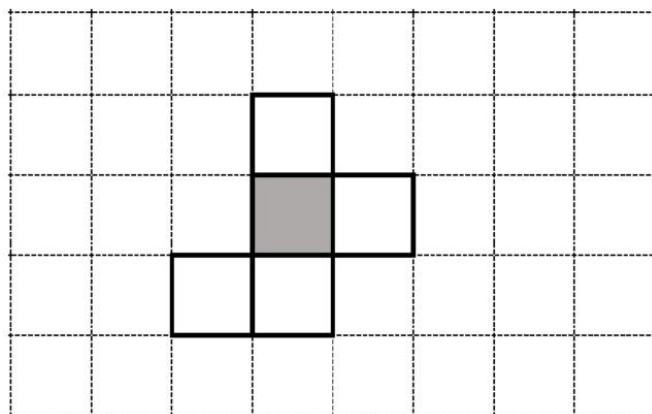


矩形(长方形)



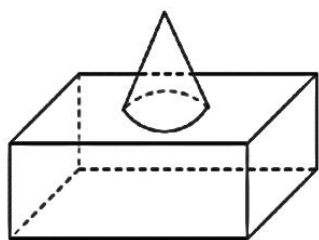
平行四边形

10. 下面是一个无盖的正方体的展开图, 请在虚线方格中画出正方体的顶(阴影处为正方体底部, 答案只需画出任意一种)



11. 如图所示，请画出以下各几何体从正面、上面和左面看它们时所看到的图形。

(1)

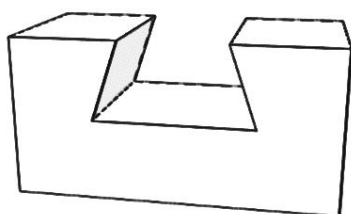


正面：

上面：

左面：

(2)

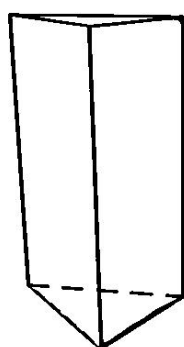


正面：

上面：

左面：

(3)



正面：

上面：

左面：

第二部分：方向与位置

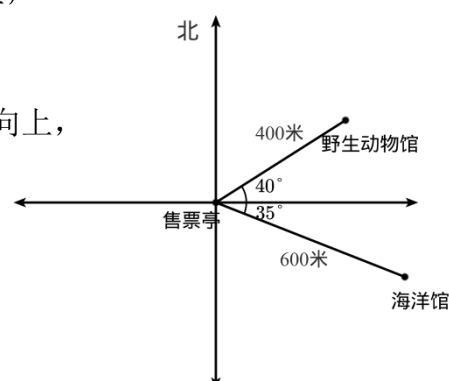
12. 根据图示填空

(1) 野生动物馆在售票亭的北偏东 () 的方向上，

距离是 () 米；

(2) 海洋馆在售票亭的 () 偏 () () 的方向上，

(3) 距离是 600 米。



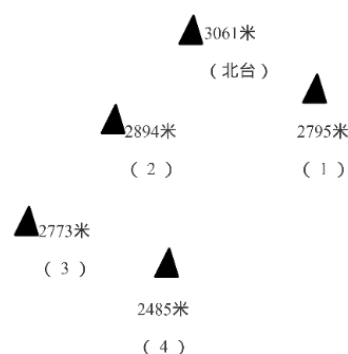
13. 《名山志》载：“五台山五峰耸立，高出云表，山顶无林木，有如垒土之台，故曰五台。”五台山由东台望海峰、西台挂月峰、南台锦绣峰、北台叶斗峰和中台翠岩峰五大主峰环抱而成，因此而得“五台”之名。下图“五台”位置的平面图。图中已标出北台所在位置，请你选出 1、2、3、4 分别代表哪座山峰 ()

A、1.中台 2.西台 3.东台 4.南台

B、1.东台 2.中台 3.西台 4.南台

C、1.东台 2.西台 3.中台 3.南台

D、1.西台 2.东台 3.中台 4.南台

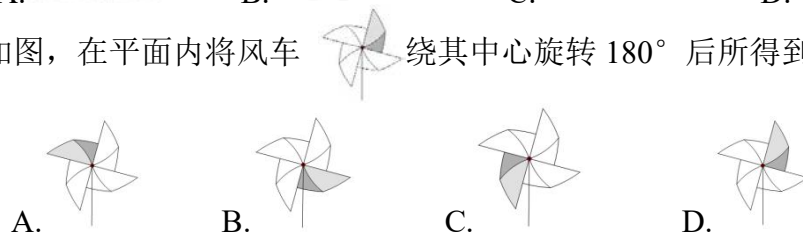


第三部分：图形的变换

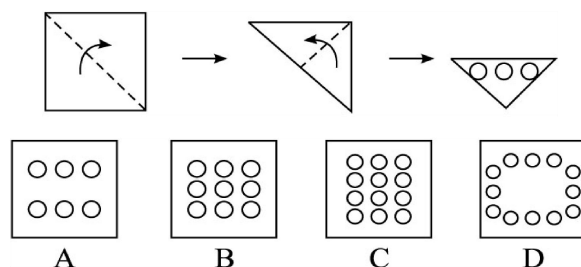
14. 下面 () 中的两个图形只通过平移就可以重合。



15. 如图，在平面内将风车绕其中心旋转 180° 后所得到的图案是 ()



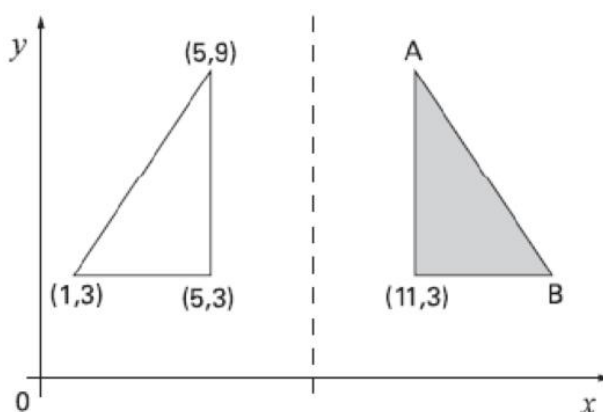
16. 如图所示，将一张正方形纸片对折两次，然后在上面打 3 个洞，则纸片展开后的图是 ()



17. 在平面直角坐标系中，点 A (a, 1) 与点 B (-2, b) 关于 x 轴对称，则 a、b 分别是_____。

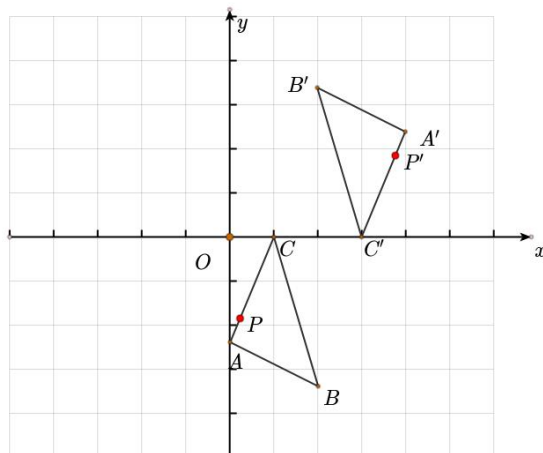
18. 这个阴影三角形是这个白三角形沿着对称轴画出的轴对称图形。写出 A 点和 B 点的坐标。

A ()、B ()



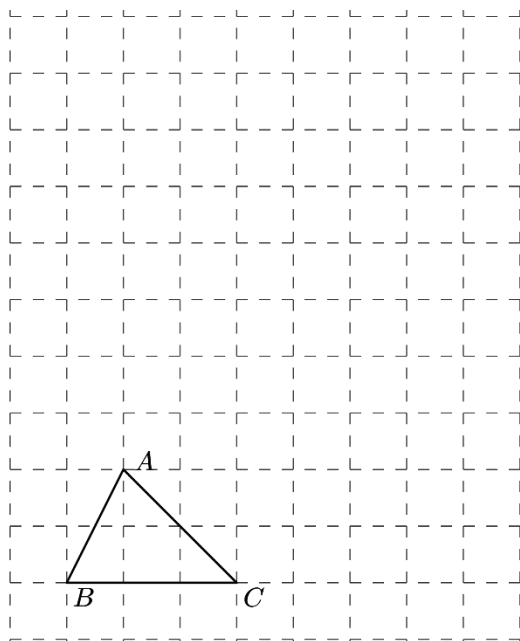
19.如图，把图中的 $\triangle ABC$ 经过一定的变化得到 $\triangle A'B'C'$ ，如果 $\triangle ABC$ 上的点 P 的坐标为 (a, b) ，那么它的对应点 P' 的坐标为（ ）

- A. $(4-a, -b)$
- B. $(a+3, -b)$
- C. $(a+4, -b)$
- D. $(4+a, -b)$



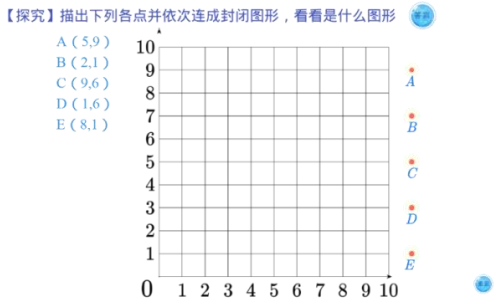
20.如图，在边长为 1 个单位长度的小正方形在组成的网格中，给出了 $\triangle ABC$ ，请完成以下题目：

- (1) 先将 $\triangle ABC$ 竖直向上平移 6 个单位，再水平向右平移 4 个单位得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，请画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- (2) 将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕 B_1 点顺时针旋转 90° ，得 $\triangle A_2B_1C_2$ ，请画出 $\triangle A_2B_1C_2$ ；
- (3) 线段 B_1C_2 变换到 B_1C_2 的过程中扫过区域的面积为_____.



附录 5 《方向与位置》教学案例设计

《方向与位置》教学设计

课 题	方向与位置	课 时	1 节课
教学目标	1.知识与技能：掌握坐标系表示方法，学会通过直角坐标系确定和描述物体的具体位置。 2.过程与方法：尝试通过网络画板绘制和分析坐标平面内的点和线段，及图形的位置关系；培养解决实际问题时运用坐标系表达方向与位置的能力。 3.情感、态度、价值观：体验数学与生活的紧密联系，认识到数学在地图导航、定位系统等领域的广泛应用。 教学重点：直角坐标系中点的坐标表示方法，点的位置判断与比较。 教学难点：利用坐标系理解点的相对位置和方向、复杂图形的位置关系。		
教学方法	直观教学法、实验探索法	教学工具	网络画板、电子交互白板
教学步骤	教学活动过程		设计意图
一、生活情境导入，激发学生探究欲望	教师活动：展示一张现实生活中使用 GPS 导航系统的视频片段，让学生观察车辆在地图上的实时位置是如何通过坐标来表示的，从而引发学生对方向与位置关系的兴趣和思考。 师：在数学中，如何简洁精确地描述平面上物体的位置。		通过生动的生活化情境激发学生的兴趣，与数学理论相结合，自然过渡到课程主题，帮助学生建立直角坐标系与位置关系的初步认识，同时认识坐标与位置在生活中的实际应用。
二、师生互动交流，探究提出猜想	教师活动：演示网络画板中的建立坐标系操作，提供素材，供学生自行探究。 学生活动：学生操作连线并讨论这些点在坐标系中的位置特征，观察并讨论连接点之后的图形。 【探究】描出下列各点并依次连成封闭图形，看看是什么图形  图 1 课件《坐标系中的点》		通过探究活动，吸引学生的兴趣，增强学生的学习主动，启发他们发现坐标与点位置变化的规律。

续上表

三、启发空间想象，绘制验证猜想	生（提出猜想）：移动坐标点，坐标前后位置的变化能否通过坐标数值差来描述它们的方向和距离关系？ 教师活动：引导学生研究图形中某一线段的两个端点坐标如何体现线段的方向和长度。 学生活动：小组合作在坐标系中绘制简单的几何图形（如线段、三角形、矩形等），并记录下每个顶点的坐标，随后比较不同图形各点在坐标的位置关系，以此验证之前提出的关于坐标变化与位置关系的猜想。 图 2 课件《坐标点的移动》 师：同学们想象一下，假如你是一个坐标点，在坐标系中，你是怎么从 A 点走到 B 点的呢？ 生：我们先向东走了 5 格，然后向北走了 3 格到达 B 点。 师：那么对应坐标是如何变化的呢？ 生：对应 x 坐标加 5，y 坐标数值加 3。	通过实践活动和可视化展示手段，提升学生对坐标系实际应用技能的掌握程度，使学生能够直观地感受到坐标变量变化与图形生成之间的紧密联系，进而激发学生三维空间想象力。
四、自主建构反思，系统归纳知识	教师活动：组织学生回顾本节课的学习过程，以及在今后学习中如何更好地解决类似问题。通过这一过程，完成知识的意义建构，加深对所学内容的理解。 学生活动：围绕直角坐标系展开讨论，总结和归纳描述方向与位置的基本规律和方法。例如，探索如何通过坐标差异确定点的相对位置，以及如何利用坐标计算两点之间的距离和角度等。通过这一活动，将所学的基本规律和方法融入已有的知识体系，构建一个更加完整和有效的知识框架。	创设自主性建构活动情境，目的增强学生灵活运用坐标系统分析和解决现实问题的能力，培育问题解决策略意识。同时通过对既有知识体系进行全面而有序地梳理与整合工作，形成清晰的认知框架。

续上表

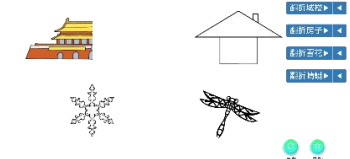
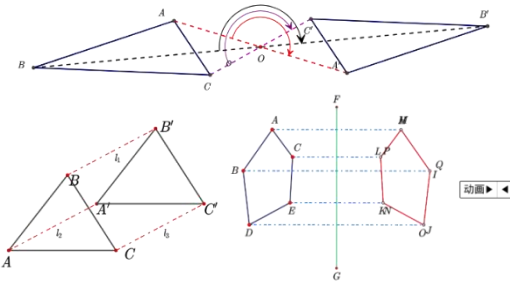
探究任务	借助网络画板这一互动工具，自主开展对以下任务进行探究： 任务一：使用网络画板，选择“直角坐标系”模板，设计一幅由仅点构成的简单几何图案，例如五角星、心形或其他创意图形。尝试改变某些点的坐标值，观察整个图案如何随点位置的变化而变形，并探讨这种变化的规律。	加深学生对坐标点及其相互位置的理解，同时引入富有趣味性的探究活动，激发学生借助网络画板持续进行几何探索的积极性，使学生在一种寓教于乐的学习情境中不断深化数学学习体验。
------	--	--

附录 6 《图形的变换》教学案例设计

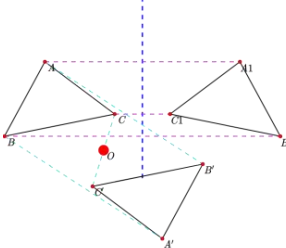
《图形的变换》教学设计

课 题	图形的变换	课 时	1 节课
教学目标	1.知识与技能：理解并掌握图形平移、旋转和对称的概念及其基本性质；会用数学的眼光认识世界，识别生活中图形的变换；能够运用网络画板工具准确地对几何图形进行平移、旋转和对称操作。 2.过程与方法：通过观察、合作探究，培养学生空间想象和动手操作能力。 3.情感、态度、价值观：培养学生发现、感受数学美的能力，领悟图形变化在现实生活中的广泛应用价值。 教学重点：理解和掌握图形平移、旋转和对称的基本原理及绘制。 教学难点：通过操作网络画板，准确直观地感受并把握图形变换前后的位置关系和形状特点，尤其是形成对旋转中心、轴对称和中心对称的等易混淆概念的理解。		
教学方法	探究式教学法、实践操作法	教学工具	网络画板、电子交互白板
教学步骤	教学活动过程		设计意图
一、生活情境导入，激发探究欲望	教师活动：利用网络画板展示生活中有关图形变换的动画，例如鸽子飞翔、风扇旋转、脸谱等图形图画，引导学生感受图形经过变化后前后不同位置的形态变化。 师：同学们，请观察屏幕上的图形是如何运动变化的？你们能找出这些变化背后的共同规律吗？ 【探究】 放飞鸽子，仔细观察鸽子移动的路径，你发现了什么？  图 1 生活中的平移 生活中的旋转  图 2 生活中的旋转		利用网络画板课件分别展示生活中可发现的平移、旋转和对称现象。通过直观且动态的表现形式，吸引学生的注意力，引导学生初步感知和理解图形变换的基本类型，激发学生探究的好奇心和欲望。

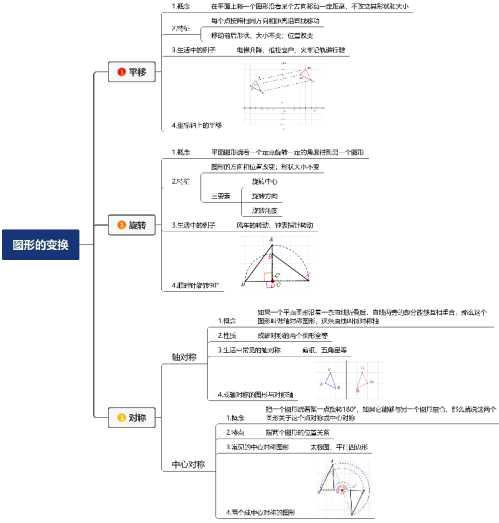
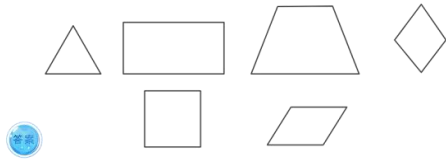
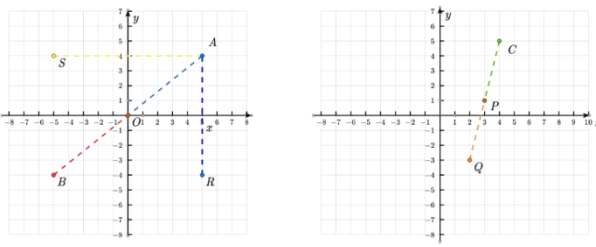
续上表

	生活中的对称图形 看一看，是轴对称图形吗？  图 3 生活中的对称	
二、师生互动交流，探究提出猜想	教师活动：分别介绍网络画板的平移、旋转和对称操作，引导学生自行在画板上绘制一个基础图形分别探究相应的图形变换。 学生活动：小组根据操作开展网络画板图形变换的体验，尝试描述每种变换的特点，并预测图形在变换后的特征。 师：请各位同学讲述一下，进行平移操作之后，图形有什么变化？ 生：平移之后，图形的大小和形状不变，只是位置发生了变化。 师：进行旋转操作之后，图形有什么变化？ 生：旋转之后，图形的大小和形状也不变，图形的位置和方向变了。 师：进行轴对称之后，同学们发现了什么？ 生：轴对称前后的图形沿着一条直线折叠后能够互相重合。 生（提出猜想）：在轴对称功能这里，发现还有另一个中心对称功能，如果对相同的图形进行中心对称操作，变化之后的图形还能沿着一条直线折叠后互相重合吗？  图 4 《几何图形的基本变换》课件	学生自行开展探究活动，首先通过绘制基础图形，然后分别实施对称操作、旋转变换以及轴对称变换实验。随后分别领悟了平移、旋转和轴对称的性质和变换特点，这样设计有助于深化学生对图形变换特征的区别和理解，提升空间认知能力。当学生在探究过程中发现教师未曾提及的图形变换现象并产生好奇时，教师及时给予支持和引导，协助学生验证猜想并解决问题。这种方式不仅培养学生的探究能力，还激发学生利用网络画板持续探索数学的热情。

续上表

三、启发空间想象，绘制验证猜想	教师活动：指导学生首先在各自的网络画板上具体实施轴对称变换操作。随后介绍中心对称功能，组织学生小组合作对图形进行中心对称之后，引导学生对比两种对称方式的差异。 学生活动：小组分工，操作并分别记录变换前后的图形状态，以验证图形进行中心对称之后是否能沿着一条直线折叠后重叠的猜想。  图 5 《轴对称与中心对称》课件 师：同学们，通过探究你们发现中心对称前后的图形能否沿着一条直线折叠后完全重叠呢？ 生：不能。 师：那么，中心对称的图形是如何与另一个图形重合的呢？ 生：中心对称意味着，三角形 ABC 绕着某一点 O 旋转 180° 后，能够与原图形重合。 师：非常棒！平移和旋转是图形变换的基础，在日常生活中经常可以见到。而轴对称和中心对称也是许多艺术作品追求的形式美。因此，未来需要进一步深化对轴对称和中心对称的认识，学会区分这两种图形变换。 教师活动：演示图形的平移、旋转和对称动画，引导学生探讨各类图形变换的本质属性与特征，待学生完成知识建构后，教师板书呈现一份详尽的知识归纳图表以供学生借鉴参考。 学生活动：观看教师呈现的图形变换动态演示，聚焦于识别并区分各类图形变换的关键性质与特点，借助思维导图这一工具，对所涉及的知识点进行系统的归类整合。	在这一环节，激发学生对于图形对称性原理的深度探究。在前一环节的学习中，学生已经对轴对称这两种图形变换有了初步的认识，并发现了一种新的对称形式（中心对称）。为了进一步培养学生的探索精神和自主学习能力，教师引导学生自主开展探究学习。学生充分利用网络画板提供的对称功能，在课件中绘制出轴对称和中心对称的图形。通过亲自操作和观察，深入比较了这两种对称方式的效果，进一步证实猜想。锻炼学生的探索能力，以及学生自主解决问题的能力。
------------------------	--	--

续上表

四、自主建构反思，系统归纳知识	 图 6 《图形的变换》参考思维导图	引导学生积极主动地参与到知识概念的建构过程中，帮助梳理和整合所学的知识点。培养学生的自主学习能力，还促进学生数形结合的思维，提升学生概括归纳的能力。
探究任务	任务一：根据课件所展示的图形，找出所有具有轴对称和中心对称性质的图形。如果是轴对称图形，请画出所有的对称轴。  图 7 《轴对称与中心对称》课件 任务二：探究某点分别沿 x 轴和 y 轴对称后的新坐标，以及沿原点或非原点中心对称后的坐标变换。如果可以，请尝试推导并分别给出包含 x 和 y 的坐标对称公式。  图 8 《坐标系中的图形变换》课件	任务一难度较低，旨在进一步巩固和加深学生对于轴对称图形和中心对称图形的理解区分，学生在初次接触此类知识能够奠定扎实的基础。任务二难度提升，引入坐标轴，为学生提供了新的视角来审视和探究图形的对称性质。同时，要求学生尝试建立坐标公式，训练学生数形转化的逻辑思考力。借由坐标系变化的动态演示，直观展示图形对称变换过程，激发学生的三维空间想象力，同时推动学生数形结合、抽象与具象相互联系的能力显著提升和发展。该环节的探究任务难度层次递进，遵循了初中学生的认知规律，有助于学生在理解与应用上达到更高的水平。