

分类号_____

密级_____

UDC_____

编号_____

华中师范大学
硕士学位论文

基于网络画板发展高一学生直
观想象素养的教学实践——以立体
几何为例

学位申请人姓名：

时凯静

申请学位学生类别：

在职教育硕士

申请学位学科专业：

学科教学（数学）

指导教师姓名：

李渺 教授

硕士学位论文

基于网络画板发展高一学生直观想象素养的 教学实践——以立体几何为例

论文作者：时凯静

指导教师：李渺 教授

学科专业：学科教学（数学）

研究方向：学科教学

华中师范大学数学与统计学学院

2024年5月

**Teaching Practice of
Developing High School
Students' Intuitive Imagination
Literacy Based on Network
Sketchpad—taking solid
geometry as an example**

A Thesis

Submitted in Partial Fulfillment of the Requirement
For the Master's Degree in Math Teaching

By

**Shi Kaijing
Postgraduate Program**

**School of Mathematics and Statistics
Central China Normal University**

Supervisor: Limiao

Academic Title: professor

Signature _____

Approved

May. 2024



摘 要

当今社会，信息化已经成为国家的发展战略，新时代要求数学教学实现信息技术与数学课程的深度融合。数学教学以培养学生数学核心素养为目标，直观想象素养作为数学六大核心素养之一，其重要性不言而喻，因此应当实现信息技术与直观想象素养的结合。网络画板操作简单，多终端、多资源、多平台、多回放，能够为数学课堂提供支持。因此，本文以立体几何为例，基于网络画板对高一学生直观想象素养进行教学实践，主要开展了以下工作：

对高一学生直观想象素养现状进行调查。设计调查问卷，选取笔者所在高一年级五种不同组合和水平的班级对学生进行问卷调查，内容包含数学学习习惯及直观想象素养自评。设置访谈提纲，对擅长和不擅长信息技术的数学教师共六名进行访谈，就直观想象素养教学现状、在教学中信息技术应用情况及对应用网络画板发展高一学生直观想象素养的看法和建议进行了访谈。调查结果显示：高一学生直观想象素养水平较低；数学教师将信息技术应用于教学情况不佳；学生直观想象素养的提升任重道远。

基于调查结果，根据立体几何知识特征，结合网络画板的功能，依据相关的理论基础，笔者制定了在立体几何教学中的教学策略。主要分为：（1）创设问题情境，启发学生思考；（2）动静相互结合，激发学生积极性；（3）建立数形联系，理解数学整体性。

结合所提出的教学策略进行教学实践。选择了笔者所教的成绩无明显差异的 A 班和 B 班进行对照实验。在实验开始时，编写了直观想象素养的前测试卷，结果显示两个班在知识理解、知识迁移和知识迁移水平表现无明显差异，可以认为初始条件相同。接着在立体几何的教学中，A 班应用网络画板进行教学，结合之前所提出的教学策略，B 班则应用传统的教学手段，进行相同内容的教学，为期为一个月。最终通过后测结果分析，A 班在三个水平的表现都优于 B 班。为保证结果的可靠性，又用分层抽样的方法从 A 班抽取六名学生进行访谈。测试成绩和访谈结果表明，在立体几何的教学中，基于网络画板发展高一学生的直观想象素养是可行的，有效的。

关键词：网络画板；高中数学；直观想象素养；立体几何



Abstract

In today's society, information technology has become a national development strategy, and the new era requires that mathematics teaching should realize the deep integration of information technology and mathematics curriculum. Mathematics teaching is aim at cultivating students core mathematical literacy. As one of the six core literacy in mathematics, intuitive imagination literacy's importance is self-evident, so the combination of information technology and intuitive imagination literacy should be achieved. Network sketchpad is easy to operate, multi-terminal, multi-resource, multi-platform and multi-playback, which can provide support for the mathematics classroom. Therefore, this paper takes three-dimensional geometry as an example, based on the network sketchpad, to carry out the teaching practice of intuitive imagination literacy for first-year students, and mainly carries out the following work:

This paper investigates the present situation of senior students' intuitive imagination literacy. Design a questionnaire: five classes of different combinations and levels in the author's grade were selected to conduct a questionnaire survey of students, which contained self-assessment of mathematics learning habits and intuitive imagination literacy. Set up an interview outline: a total of six mathematics teachers who are good at and not good at information technology were interviewed about the current situation of teaching intuitive imagination literacy, the application of information technology in teaching and the views and suggestions on using network sketchpad to develop the first-year senior students. The findings show that the level of intuitive imagination literacy of senior students is low; the application of information technology in teaching by mathematics teachers is poor; and there is a long way to go to improve students' intuitive imagination literacy.

Based on the results of the survey, the knowledge characteristics of three-dimensional geometry, the functions of the network sketchpad, and the relevant theoretical foundations, the author formulated the teaching strategies in teaching three-dimensional geometry, which is mainly divided into: (1) creating problem situations to inspire students to think; (2) combining dynamic and static with each other to stimulate students' motivation; (3) establishing mathematical relations to understand the integrity of mathematics.



The teacher uses the proposed teaching strategies to teach. A control experiment was carried out between Class A and class B, whose scores had no significant difference. At the beginning of the experiment, the pre-test paper of intuitive imagination literacy was written. The results showed that there was no significant difference in knowledge understanding and knowledge transfer between the two classes. Then in the three-dimensional geometry teaching, Class A used the network sketchpad to carry on the teaching, combining with the teaching strategies proposed before. Class B used the traditional teaching method to carry on the same content teaching. The period is one month. Finally, according to the post-test results analysis, Class A outperformed Class B at all three levels. In order to ensure the reliability of the results, the author also used the method of stratified sampling to interview six students in Class A. The test results and interviews show that it is feasible and effective to develop the intuitive imagination literacy of senior high school students based on the network sketchpad in the teaching of three-dimensional geometry.

Keywords: Network Sketchpad; High School Mathematics; Intuitive Imagination Literacy; solid geometry

目 录

1 绪论.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究意义.....	1
1.3 研究设计.....	2
1.3.1 研究内容.....	2
1.3.2 研究方法.....	2
1.3.3 研究思路.....	3
2 概念界定和文献综述.....	4
2.1 相关概念界定.....	4
2.1.1 几何直观能力.....	4
2.1.2 空间想象能力.....	4
2.1.3 直观想象素养.....	4
2.2 文献综述.....	5
2.2.1 直观想象素养相关研究.....	6
2.2.2 网络画板相关研究.....	7
2.2.3 文献综述小结.....	12
2.3 理论基础.....	12
2.3.1 数学多元表征理论.....	12
2.3.2 问题驱动教学理论.....	13
2.3.3 建构主义学习理论.....	13
3 高一学生直观想象素养的教与学现状.....	15
3.1 高一学生直观想象素养现状问卷调查.....	15
3.1.1 调查目的.....	15
3.1.2 调查对象.....	15
3.1.3 调查问卷设计.....	15
3.1.4 调查结果及分析.....	15
3.2 高一学生直观想象素养的培养现状访谈.....	25
3.2.1 教师访谈目的.....	25
3.2.2 访谈对象.....	25
3.2.3 访谈结果及分析.....	25
4 在立体几何中基于网络画板发展学生直观想象素养的教学实践.....	28
4.1 实验设计.....	28
4.1.1 实验目的.....	28
4.1.2 实验假设.....	28

4.1.3 实验过程.....	28
4.2 直观想象素养分级及测试题选择	29
4.2.1 直观想象分级.....	29
4.2.2 测试题选择.....	30
4.3 研究工具的编制.....	30
4.3.1 前测试卷的内容设置.....	30
4.3.2 后测试卷内容.....	32
4.3.3 前测试结果分析.....	35
4.4 基于网络画板发展高中生直观想象的教学策略	37
4.4.1 创设问题情境,启发学生思考.....	37
4.4.2 动静相互结合,激发学生积极性.....	38
4.4.3 建立数形联系,理解数学整体性.....	39
4.5 教学案例.....	39
4.5.1 教学案例一:《棱柱、棱锥、棱台的表面积与体积》	39
4.5.2 教学案例二:《几何体与球》	46
4.5.3 案例分析.....	50
5 实践结果及分析	53
5.1 学生后测结果分析.....	53
5.1.1 知识理解水平结果的差异性分析.....	53
5.1.2 知识迁移水平结果的差异性分析.....	54
5.1.3 知识创新水平结果的差异性分析.....	56
5.1.4 后测成绩小结.....	58
5.2 学生访谈.....	58
5.2.1 学生访谈的目的.....	58
5.2.2 学生访谈的对象.....	59
5.2.3 学生访谈结果.....	59
6 总结与反思.....	61
6.1 研究总结.....	61
6.2 教学建议.....	61
6.2.1 课前深入挖掘教材,用好画板资源.....	61
6.2.2 课中重视各个环节,进行直观教学.....	62
6.2.3 课后应用网络画板补充学习.....	63
6.3 研究不足与展望.....	63
6.3.1 研究不足.....	63
6.3.2 研究展望.....	63
参考文献.....	65
附录一 基于网络画板培养直观想象素养的访谈提纲	68
附录二 学生访谈提纲	69

附录三 高一学生直观想象素养现状调查问卷	70
----------------------------	----



1 绪论

1.1 研究背景

信息技术改变了人们的生产生活方式，同时也对教学方式产生影响。《普通高中数学课程标准（2017版2020年修订）》（以下简称《课标》）在实施建议中提到，“数学教学应实现信息技术与数学课程的深度融合”^[1]。教师应当与时俱进，用信息技术武装自己，让教学方式更加优化。传统课堂由于多种条件的限制，教师“满堂灌”现象长期存在，单调的课堂活动会让学生觉得数学知识枯燥乏味，甚至有些学生会因此对数学产生抵触心理。信息技术辅助教学出现后，教师的教学方式得到了改进，一方面，对于一些抽象的知识能直观展示，另一方面，知识的多种表征方式，更能吸引学生注意，课堂气氛更活跃。

为提高教学效率，改进教学效果，教师们几乎都会在课堂上使用信息技术手段——为方便展示，教师会用 PowerPoint、投影进行课堂教学，但是这些工具不够专业，无法完全满足数学课堂的教学需求，比如图形的绘制不精确、缺乏动态性展示功能、无法进行三维演示等。网络画板是一种专业的数学软件，其操作简单、上手较快，成为数学课堂教学的好帮手。

《教育部关于全面深化课程改革落实立德树人根本任务的意见》中明确了核心素养的地位，指出其是学生应具备的适应终身发展和社会发展需要的必备品格和关键能力，而数学核心素养是未来教育改革的关键，是数学课程改革的核心^[2]。直观想象作为数学核心素养之一，在六大核心素养中处于较为重要的地位。史宁中教授指出：“数学知识的形成依赖直观”^[3]，数学需要抽象，而抽象的形成依赖直观，直观想象素养对于发现和提出问题有重要作用。因此，在课堂教学中，教师应当关注学生直观想象素养的提升，体现其育人价值。

综上，学生直观想象素养的提升是数学教学中应当重视的问题，实现信息技术与数学教学的融合也是大势所趋，而网络画板的动态展示功能等能较好地满足数学教学的需要，为直观想象素养的提升提供技术支持。

1.2 研究意义

在当今信息化 2.0 时代，教育也在向与信息技术相融合的方向转变，信息技术



对于一线教学的影响也是不可忽视的^[4]。信息技术辅助教学，一直是重点研究的课题。基于网络画板，本研究以立体几何初步为例，研究在网络画板辅助教学下，对于高一学生直观想象素养的提升作用。

在理论上，直观想象素养作为高中数学的核心素养，具有强大的育人价值，在立体几何的教学中，能否通过网络画板来提升高一学生的直观想象素养，本文提出了有针对性的教学策略，希望为数学软件提升直观想象素养提供新思路。

就实践而言，一方面，应用网络画板进行数学教学必将提升教师的信息技术应用能力；另一方面，教师在备课的过程中会对教材内容深度思考，立体几何教学中，哪些内容更适合应用网络画板，哪些不适合，是否有更好的呈现方式，等等。同时，数学具有高度抽象性，应用网络画板必将使立体几何内容更加直观，对于数学学习能力弱的学生，不失为一个好工具。

1.3 研究设计

1.3.1 研究内容

本文的研究对象为高一学生，内容是立体几何初步，确定这些是综合考虑了各种因素。首先，笔者本学期所带的年级为高一年级，实验要进行一个月的时间，更容易进行，给实验的开展提供了诸多便利；其次，学生经过高一上学期的学习，已经适应了高中数学的学习节奏，“立体几何初步”为必修二的内容；另外，在查阅文献的过程中，发现诸多研究学生直观想象素养的文章都是高二高三的学生，基于高一学生的且在立体几何方面基于网络画板发展学生直观想象的研究较少。基于此，本文确定了以下研究内容：

- (1) 高一学生直观想象素养现状。
- (2) 数学课堂应用信息技术现状。
- (3) 基于网络画板制定在立体几何教学中，提升高一学生直观想象素养的教学策略。
- (4) 教学策略的有效性。

1.3.2 研究方法

(1) 调查法

本研究是调查了高一学生直观想象素养现状，以及在数学课堂中教师应用信息技术的现状。

问卷调查法：在实验开始前，通过选择高一年级五中不同组合班级的学生做调



查问卷，调查了学生对直观想象素养自评及教师在课堂上应用信息技术的现状等。

测试法：本研究分为前测和后测。实验前后让学生做测试题，直接得出学生的直观想象素养水平。

访谈法：前期对教师进行了针对性访谈，就访谈结果结合测试结果制定相关的教学策略；后期对实验班的学生访谈，了解学生直观感受以及收获。

(2) 实验法

采用对比实验，将初始状态下两个无明显差异的 A 班和 B 班分别作为实验班和对照班，在 A 班基于教学策略，在立体几何的教学中，在新课导入、习题巩固等多环节应用网络画板进行教学，在 B 班中的教学内容是相同的，区别在于教学方式为传统的。

1.3.3 研究思路

通过文献查阅，找到关于直观想象素养和网络画板方面的相关研究，对文献进行梳理与总结归纳，结合与导师的多次交流与反馈，最终将研究思路确定如下：

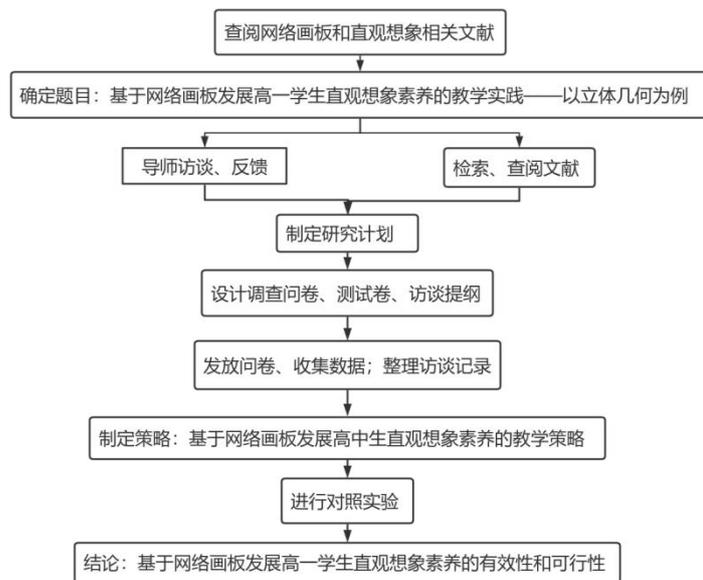


图 1.1 研究思路



2 概念界定和文献综述

2.1 相关概念界定

2.1.1 几何直观能力

《义务教育课程标准（2011年版）》中指出，数学上的几何直观，既有几何，又包含直观，它指的是利用图形去描述、分析问题的能力^[5]。

孔凡哲和史宁中认为，几何直观是一种特殊的数学直观，是人们对于所见到的几何表象，形成一种直观感知后，所产生的整体把握的能力，其不同于空间观念、几何直觉和几何推理，几何直观是学习者建立在长期经验观察的基础之上的理性认识。几何直观有多种表现形式，如实物直观、符号直观、图形直观和替代物直观，几何直观的提升主要依赖后天的努力，观察、操作等都是几何直观提升的手段^[6]。

数学的学习必须建立在正确的直观上，分析以上，我们定义几何直观能力为通过图形、符号等，去建立联系的能力，沟通客观世界和主观认识的能力。

2.1.2 空间想象能力

空间想象能力是指人们观察、分析和抽象空间形式的能力^[7]。它是数学地处理空间形式、探明其关系及结构特征而需要的想象能力，是对结构的表象以及几何表象加工操作的能力，包含空间观念、构建几何表象的能力及几何表象的操作能力^[8]。

空间想象能力即对几何体的表象进行分解重组和组合，创造出新的表象的能力，在这个过程中，人们利用几何语言进行对实物进行描述，通过想象出直观图，在头脑中分析出位置、数量和各部分的形状，进而在头脑中重组和分析已经产生的几何体，形成新的几何体。通俗来说，客观世界的物质有其长、宽、高，这些物体表现出来的客观形式就称之为空间，人在接触了这些客观材料后，对已有材料再加工，从而创造出新的形象。

2.1.3 直观想象素养

数学素养是现代社会每一个人应具备的基本素养^[9]，而高中数学课堂的教学目标，在新课改背景下，就是培养学生的数学核心素养。直观想象素养在六大核心素养中处于较为基础的地位，其重要性不言而喻。下面界定直观想象素养的概念，阐述其水平划分。



2.1.3.1 直观想象素养概念

《课标》中指出“直观想象”是借助几何直观和空间想象感知事物的形态与变化，利用空间形式特别是图形，理解和解决数学问题的素养，其表现为建立数与形的联系、利用几何图形描述问题、借助几何直观理解问题、运用空间想象认识事物能力^[10]。直观想象素养的外在表现为与其相关的各种能力，培养学生直观想象素养，有助于发展其数学思维，增强其创造力。

关于直观想象素养概念的理解，《课标》中强调它是一个整体的概念，既包含几何直观，又有空间想象，是二者相互融合而铸就的整体。数学具有抽象性，几何直观能化抽象为形象，使数学问题更加直观，更易理解；空间想象则是将数学问题重新加工的过程，在头脑中形成新的几何表象。“直观想象”以几何直观为工具，同时强调空间想象，是相互融合的结果。另一方面，在核心素养视野下，应正确处理直观与想象的关系，二者一为具体，一为抽象，这表明直观想象素养集具体与抽象为一体，为问题解决提供了思路。本文以《课标》为依据进行直观想象素养的测评，因此采用《课标》中关于直观想象素养的概念界定。

2.1.3.2 直观想象素养的水平划分

本研究要关注实验前后学生直观想象素养水平变化，以及实验班和对照班的水平差异，因此要对直观想象素养水平进行划分。

《课标》中关于直观想象素养进行了三级划分，分别为高中毕业应达到的水平、高考应达到的水平和自主招生水平。在内容上是围绕着情境与问题、知识与表达、交流与反思四个方面，共 12 级指标。在情境与问题方面，从水平一到水平三依次为熟悉的情境、关联的情境和复杂的情境；在知识与表达方面，从简单图形的度量关系到图形与图形、图形与数量之间的关系，再到利用图形建立数学分支之间的联系；在交流与反思方面，要经历在日常生活中利用图形进行交流，到利用图形提出问题，再到探讨数学本质。

本文以《课标》中直观想象素养水平划分为参考，进行直观想象的水平划分。

2.2 文献综述

由于本研究涉及直观想象素养和网络画板这两个关键因子，因此对知网中有关直观想象素养和网络画板相关研究的文献分析归纳总结，现分别进行总结。



2.2.1 直观想象素养相关研究

本研究中涉及直观想象素养的提升策略，以及测量实验前后两个班学生直观想象素养水平变化，因此关于直观想象素养的研究主要从直观想象素养的培养策略与其评价机制两方面进行论述。

2.2.1.1 直观想象素养的培养研究

喻平教授从宏观的角度阐述了直观想象素养的培养策略。他认为，应当设计以核心素养为指向的数学教学目标，在此之前教师应当深入理解课程目标、认识学习评价的具体要求，在实际教学中，处理好预设性目标和生成性目标的关系，核心素养的教学就有迹可循，直观想象素养也不例外^[11]。

郑雪静等从直观想象素养考查的角度，提出了提升学生直观想象素养的教学建议。在研究中提到应当以教学内容为载体，注重学生数学能力的培养，如形象感知数学问题、表象描述数学问题以及图示分析数学问题的能力。在教学的过程中，教师应当给学生“看”的时间，诸多数学结论是观察出来的。因此，直观想象素养的提升，应当给学生时间^[12]。

陆娟认为要培养学生的直观想象素养，应当从分析其内涵和构成的角度入手，她认为应当建立数形联系、学会描述问题、认识问题和理解事物，以直线和平面垂直为例，提出了要突出学生的主体地位、重视学生直观感知以及关注知识间联系的几点思考^[13]。

王肖楠、魏扬则从应用信息技术提升直观想象素养角度进行了阐释。他们认为，数学教学应以核心素养为导向，教师应转变教学方式，应用信息技术进行教学。在“教师教”方面，信息技术的应用提供了知识的多种呈现方式；在“学生学”角度，信息技术易引起学生兴趣，在“直观”与“想象”之间搭建桥梁；另外信息技术的应用，更容易还原数学之美，激发学生想象。因此，在直观想象的教学上，应当合理应用信息技术^[14]。

张濡川、郑秀从图形认识的角度，强调了图形对于学生直观想象素养提升的重要性。通过研究得出，通过培养学生的用图意识、选择正确的图形视角、运用动态图形完善图形以及进行多种语言的表征，可以有效地提升学生的直观想象素养^[15]。

许晓天认为，培养学生的直观想象素养，应当把握学生为主体的教学原则。学生是课堂的主体，教学活动应围绕学生展开。要转变教学方式，让学生从被动学习向主动学习转变，教师的作用应当是引导和总结^[16]。

分析以上文献，总结发现在直观想象素养的提升上，喻平教授从宏观课堂的把



控上提出以核心素养为指向的教学目标，而大多数学者都提出了相对具体的教学建议，如重视图片表达、应用信息技术、数形结合思想的培养等。总结发现，与直观想象素养相关的完整的教学设计及教学步骤，在以上研究中较少，而基于网络画板发展学生直观想象的研究基本没有。

2.2.1.1 直观想象素养的评价研究

关于直观想象素养测评研究，多数学者将其分为不同维度，又将每个维度细分为不同的水平。编写测试卷后，通过学生测试，根据结果判断其所处的水平。

如董林伟和喻平教授基于《课标》中的对直观想象素养维度的划分，调整后分为——空间想象、数形结合与几何直观三个维度，共十二个表现水平^[17]。

郑雪静等则认为《课标（2017年版）》中关于直观想象素养水平的划分，精细度不够，可操作性不强。她认为直观想象素养的提升以知识为基础，以情境为途径，因此设计了以情境的复杂程度和图形的呈现方式为依据的测评框架。在其评价框架中，直观想象素养分为三种类型，分别为在熟悉的情境中操作实物的几何图形、在关联的情境中建立几何图形与在综合的情境中借助想象建立几何图形，在每个类型又分为从水平零到水平三共四级水平，其划分较为详细^[18]。

周彦祖借助《课标》中对直观想象素养的水平划分，征求多个专家意见，编制了关于直观想象素养的测试卷，并用该测试卷对广州的两所中学的高中生进行了测试。结果显示，不同维度、不同学校、不同年级、不同选科的学生直观想象素养水平存在差异，而不同性别的学生测试结果无明显区^[19]。

于川、朱小岩等直接应用《课标》的直观想象素养三水平划分模型^[20]，沈晓凯基于《课标》中关于水平的划分，增设水平零，最终制定出四水平的水平划分评价模型^[21]。

综合以上文献的思考，对于直观想象的测评研究，不同的学者给了不同的研究框架。有的是直接参照《课标》中的维度划分，并对之进行了改动，有的是自己创建了以及直观想象素养水平测评的维度或者模型。有的研究者直接忽视了维度，直接确定了三水平或四水平的划分。鉴于《课标》中关于直观想象素养的解读和划分更加权威，在本研究中，将以《课标》中的相关划分为参考，对高一学生进行直观想象素养水平测试。

2.2.2 网络画板相关研究

2.2.2.1 国外数学软件研究现状

“几何画板”“GeoGebra”和“网络画板”是当前在数学教学中应用比较广泛



的数学软件，前两个软件在国外兴起较早，“网络画板”是我国自主研发的，还未在国外得到广泛应用，因此，本文以“几何画板”为例进行国外研究现状的分析。

自从“几何画板”问世后，研究者就开始研究数学软件与教学的融合。Sugi Hartono 进行了教学实践，他将 60 名学生平均分成两组，每组为一个班，在其中一个班中用几何画板进行教学，另外一个班中进行常规手段的教学，在研究中应用了反应测验和前后测验，结果表明，应用几何画板学习学生的学习更加有效^[22]。由于几何画板在教学中作用没有得到完全的体现，为考查影响中学教师在教学中使用几何画板的意向因素，基于雪兰莪州中学数学教师进行调查，发现关于几何画板的基础设施支持和几何画板的系统质量应得到加强^[23]。Kevser ERDENER 和 Hülya GÜR 考查了在数学课堂上使用几何画板后，对中学生的影响，在课程期间使用工作单，课程结束后，对学生进行了开放式访谈，结果显示在课程结束后学生对数学的看法产生了积极地改变，说明几何画板的教学是有效果的^[24]。

综合以上研究，国外对“几何画板”的研究主要从探究几何画板对教学的有效性。教师对几何画板的使用意图及应用几何画板进行教学后，学生的反馈。研究方法有实验法、调查法和访谈法，有质性研究，也有定量的数据研究，无论是哪种方法，都得出了几何画板对教学的正面影响。一方面，几何画板的教育使得学生对数学课堂的态度发生了变化，另一方面，在技术支持和系统质量允许的情况下，教师乐于使用几何画板进行教学。

2.2.2.2 国内研究现状

在中国教育信息化的整体发展过程中，技术与教育相互促进又相互制约，二者的关系经历了工具辅助、整合应用和融合创新三个发展阶段^[25]。本研究是基于网络画板展开的，在知网搜索“网络画板”关键词，与之相关性较强的文献共 46 篇，其中硕博论文 20 篇，期刊会议论文 26 篇。

樊甜甜在硕士论文中提到，网络画板教学有利于突破数学教学的重难点。在智慧环境下，以主体性、适当性和差异性为原则，应用网络画板进行数学知识的认知探究。基于智慧环境设置教学框架（智慧环境的支持加上网络画板的依托，构建学生自主探究的“数学实验室”），利用网络画板与初中数学相融合，通过对比实验探究其效果，在概念归纳、性质探究、习题讲解和综合实践等教学环节中，贯穿教师引导和学生自主探究。结果显示，应用网络画板能够激发初中生学习解析几何的积极性、提高学习效率和成绩以及数学核心素养，进一步增强学生的自主探究能力，说明了教学框架的有效性^[26]。

唐浩松认为在教学中应用网络画板应重点关注教师水平，教师水平的高低直接



影响教学效果,因此研究了义务教育阶段教师使用网络画板的情况。通过设计问卷、访谈等多种方式,调查了数学教师应用网络画板的能力和水平、在实际教学中网络画板对教学效果的有效性等。以此提出了提升教师网络画板水平的方法——专家引导、教师参与、优化网络画板培训内容等^[27]。

在期刊方面,关于网络画板的研究也层出不穷。

张华、陶涛指出,在课前、课中与课后,基于网络画板的初中数学高效课堂教学策略,能够实现良好的教学效果。打造理念先进、信息技术强的教师团队,并且改变了学生的学习方式,较好地发展学生的数学核心素养^[28]。

赵海清从探究内容、基本探究、深入探究、探究验证四个教学过程中展示网络画板教学信息技术融入该教学内容的应用过程,由学生自己观察和总结,逐渐培养学生数形结合的思想^[29]。

张景中等在《“互联网+”数学教师 TPACK 能力培训模式研究——以武侯区初中数学教师网络画板培训为例》中构建教师能力培训模式,该模式包括教师共同体、课例教学、学科科研结合和常态化教学应用,强调经验共享、情景式学习、知识组合以及实践应用,以此模式在成都市武侯区开展初中数学教师网络画板培训,培训后教师 TPACK 能力得到显著提高并且可持续发展^[30]。

方海光等借助网络画板和改进型弗兰德斯分析工具(iFIAS)对中小学数学课堂开展教学教研深度融合研究,强调将教学与教研融合为同一个“工作过程”,提出教学教研融合机制和一般流程,通过案例论证其合理性^[31]。

通过以上文献可以发现,关于网络画板的相关研究主要集中在理论层面,基于网络画板辅助课堂教学方面,虽然都制定了相关的教学策略,但是大都是基于初中数学教学。网络画板在高中数学教学的应用,具体的教学过程,及与之相关的案例,详细的教学步骤,则比较少,并且在立体几何初步的教学中基于网络画板发展高一学生直观想象的教学实践基本没有。基于此,本研究中将给出相关案例和相应的教学分析。

2.2.2.3 网络画板特色功能

网络画板是运用国内领先的动态几何技术、智能推理技术、符号运算和交互技术开发的第一款互联网环境下的理科教学工具^[32]。作为数学教学的好帮手^[33],实施变异理论的抓手^[34],它是获取数学基本活动经验的优秀认知平台^[35]。网络画板能够满足教学的需求,在数学教学的很多模块都直观非常适用,比如立体几何、平面几何、函数等^[36]。网络画板有许多特色功能,能满足日常教学的需求。

1.多终端



网络画板是超级画板的网络版本，是互联网与数学软件的结合。与其他软件不同，网络画板减少了安装数学软件的步骤，直接在线操作就可以。打开浏览器输入“网络画板”，进入数学实验室，点击“开始作图”，就可以非常方便实现画图的操作，给教学带来了极大便利。除此之外，网络画板还支持在手机、平板上使用，非常便利。在分享时，可以复制链接、代码或者直接扫描二维码，交流更加便捷。

2.多资源

网络画板有海量的资源库，其资源包括素材、活页。活页就像 PowerPoint 一样可以播放，这样教师就不必打开多个素材，教学更加便利。网络画板的资源不仅类型多，在内容上，涵盖了小学、初中、高中数学的内容，除了有数学实验的素材外，还有典型例题，范围之广，切实减轻了教师的备课负担，缩短备课时间。另外，对于免费分享的素材，教师可以点击“编辑”按钮，对其进行改编，使之更加符合教学内容。

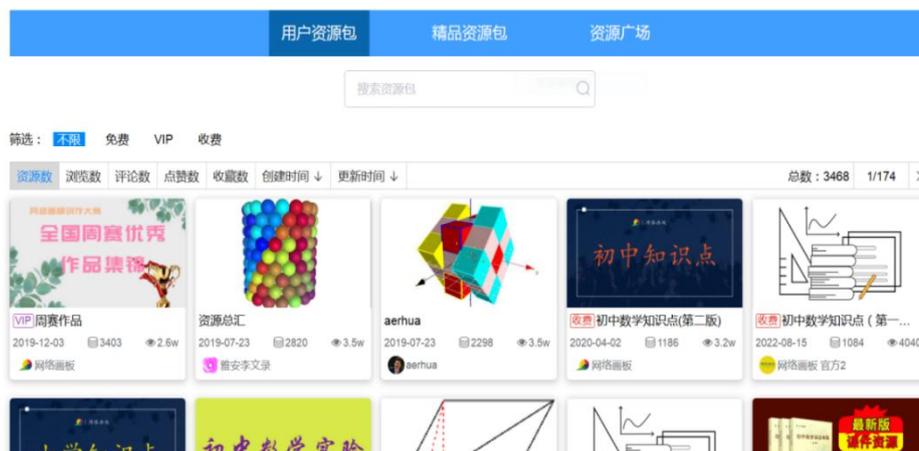


图 2.1 网络画板资源库

3.多平台

除了 2D 平台外，网络画板还有 3D 操作平台，既满足了平面几何的教学，也能符合立体几何教学的需求。无论是 2D 还是 3D 操作平台，操作都比较简单，使用者无须长时间学习，就能掌握其操作，使用更加便利。网络画板还包含了一些基本操作组件，让使用者的操作更加优化。网络画板功能强大，可以实现图形的旋转、展开、翻折等多种操作，能够为立体几何的教学提供支持，给教学带来了极大便利。

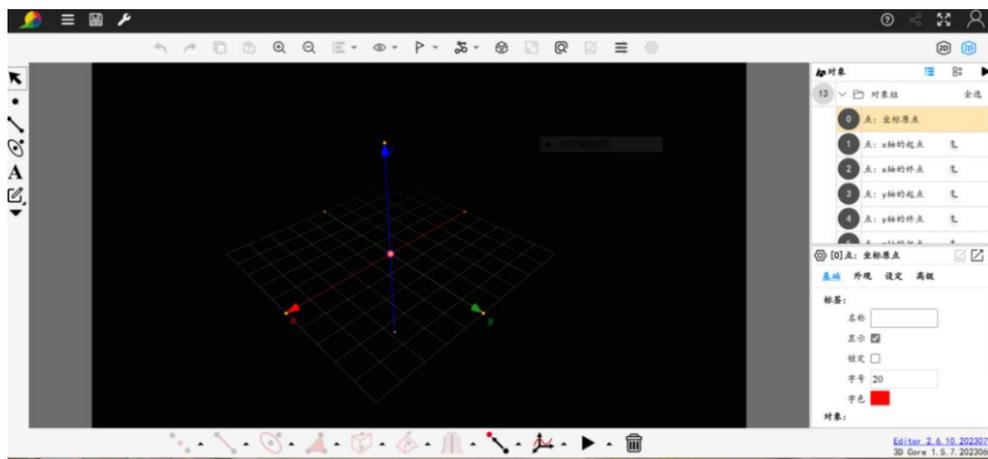


图 2.2 网络画板 3D 制作窗口

4.多培训

为满足初学者的操作需求，网络画板设置了教培项目，在教培项目中，汇聚了关于网络画板的各种操作步骤。既有涵盖 2D 和 3D 的操作手册，又有优秀课例与优秀论文，让入门者可以全方位地了解网络画板，然后进行学习。点开“教培”，网络画板提供了各种资源汇总，培训不仅有文字，还有视频，既有官方培训手册，又有学校及个人整理的培训视频。因此，网络画板入门者完全不必担心素材制作困难，内容丰富的教培中心必定会成为助力教师成长的平台。

5.多回放

网络画板支持素材回放功能。教师如果需要了解或学习某个素材的制作方法，可以通过以下步骤来完成：第一步选中所需资源，第二步点击“编辑”按钮，进入网络画板编辑页，第三步点击播放按钮。这样教师就可以学习所需资源，第三步完成后会再现素材作者制作素材的每一个步骤，还可以随时暂停，对学习非常友好。

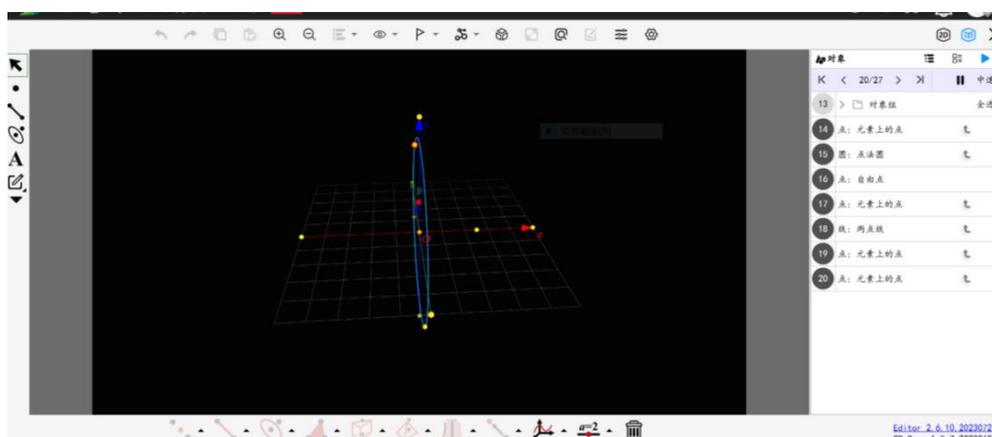


图 2.3 回放素材的制作步骤



2.2.3 文献综述小结

分析以上文献，发现众多学者对于直观想象素养的关注度都比较高，在直观想象素养的培养策略研究和测评研究上，有各自的思考和见解。

关于直观想象素养的培养策略研究，有的从直观想象素养的内涵入手，有的从直观想象素养考查的角度，还有的从“教师教”和“学生学”两方面来阐述，等等，提出如“以核心素养为指向”的教学目标、建立数与形的联系、培养学生识图能力和用图意识等教学策略。然而如果从实际教学角度出发，上述策略想要达到较好的教学效果，还要依赖信息技术的支持。

针对利用信息技术提升直观想象素养方面，所涉及研究相对较少，以“网络画板+直观想象”为关键词在知网进行检索，结果显示不足 10 篇相关文献。梳理所涉及文献，其重点为网络画板在初中数学教学中的应用，在高中应用网络画板培养学生直观想象素养的相关研究较少；在研究内容上，多从数形结合的角度，以函数为主要研究内容，在立体几何方面较少。

基于以上情况，笔者确定以“基于网络画板发展高一学生直观想象素养的教学实践——以立体几何为例”为研究方向，深入分析直观想象的素养和内涵，依据相关理论基础，调查学生直观想象素养现状，制定相应的教学策略，给出较为完整的教学设计，以期研究应用网络画板在立体几何教学中，对于学生直观想象素养的提升作用。

2.3 理论基础

2.3.1 数学多元表征理论

表征是指“在某一事物缺席时，它代表该事物；特别地，那一事物是外在世界的一个表征或者所想象的一个对象”^[37]，一般有外在表征和内在表征两种类别，不同的研究领域中，其侧重点有所区别。比如，在教育心理学中，多元表征指的是信息或知识的多元外在表征，信息的呈现方式具有多元化、弹性化的特点——将同一个知识点通过文字、符号、图片或多媒体的方式展现出来，将学习的障碍降低。

数学多元表征自 20 世纪 60 年代被提出后，已经得到了广泛推广。唐剑岚认为，数学多元表征是指数学学习对象的多种表征方式，包括两层含义，一是同一数学学习对象必须具有叙述性和描述性两种本质不同的表征；二是在数学学习中，数学学习对象的表征方式至少具有叙述性或描述性的一种或两种^[38]。

在数学教学中，最能体现多元表征理论的就是数形结合思想。“数缺形时少直



观，形少数时难入微”，“形”的表征与“数”的表征是数学学习中极其重要的方面，直观想象素养表现之一就是建立数与形的联系。在立体几何初步的学习中，涉及较多符号语言，其较强的抽象性需要学生能将文字、符号与图形语言的相互转化，实现同一知识的不同表征。这里要求学生具备较高的直观想象素养，否则达不到相应的教学效果，而网络画板具有较强的直观性，在帮助学生理解图形、形成直观感知上有所帮助。

2.3.2 问题驱动教学理论

科学的发展起源于问题，数学是一切科学的基础，因此问题也是数学发展的原动力。但是数学专著与教科书通常直接展示数学结论和定理，其中定理的证明与法则的论证过程——这些“冰冷”的、抽象的数学符号常常让学生望而生畏，不知道数学为何而来，也不知道数学为何而去，学生对数学产生畏惧心理，久而久之对数学的学习兴趣会大大下降。但是数学并不是只有定理和结论，那些定理丰富的数学背景、产生这些定理的原始问题，以及数学家在解决问题时精彩的论证以及在思考这些问题时其“火热”的思考过程，才是学习数学的原动力。

德国数学家康托曾说：“数学领域中，提出问题的艺术比解答问题的艺术更重要^[39]。”张奠宙认为，问题驱动教学理论的教学原则，一是将教材上的学术形态化，转化为学生容易接受的形态；二是问题驱动教学理论与技能训练应相互结合；三是问题的形式丰富多彩，提问的本质是将数学知识的本质暴露出来，不能作茧自缚，为了提问而提问。在数学中的问题应当是触及数学知识本质的，能够引发学生思考，在数学教学中起统帅作用的问题^[40]。

在问题驱动教学理论下，立体几何初步的教学中，教师可以通过网络画板构建相应的问题情境，激发学生学习兴趣。

2.3.3 建构主义学习理论

建构主义是认知心理学派的分支之一。建构主义高度强调学生的主体地位，认为学习是学生主动建构内部心理表征的过程^[41]。另外，学生已有的发展水平是学习的决定性因素^[42]，因此在教学中，教师既要“备教材”，又要“备学生”——既要关注知识本身的难度，又要关注学生已有知识的水平，不能教学落后于学生，这样学生在课上就没有收获；也不能大幅度超前于学生，否则知识的难度太大，学生“跳一跳”都够不着的话，数学课堂就是失败的。

数学建构主义学习理论认为，主体通过对客体的思维构造，去建构客体的意义，是数学学习的本质^[43]。建构主义认为主客体相互建构，促进新知识的学习。



“立体几何初步”中研究的是空间图形与空间图形的位置关系，学生新知识的建构是在已有知识经验的基础上。在教学中，为建构更符合学生认知规律的教学路径，教师可以向学生展示生活中的几何图形，使之从中抽象出数学内容。再者，在立体几何教学中，常常将立体图形平面化，将抽象的三维图形转化为直观的二维平面图形，降低学生的认知难度；在研究空间中点、线、面的位置关系时，以长方体为载体，从学生已有经验出发，重新建构起新的知识。从已有的知识和经验出发，学生将新知识同化为已有知识，让学习变得更加简单。

网络画板应用于立体几何教学，可以从学生已有认知出发，将三维空间图形平面化，降维的同时降低学生认知难度。另外，其动态演示功能使学生感受图形的变化与运动，在原有的认知结构中，学生构建出新的几何概念。



3 高一学生直观想象素养的教与学现状

3.1 高一学生直观想象素养现状问卷调查

3.1.1 调查目的

为了解高一学生在数学学习中的习惯，对直观想象素养的了解程度、对在数学教学中应用信息技术的看法以及直观想象素养自我评价，笔者选取了所在学校高一年级的 5 种不同班级进行问卷调查。

3.1.2 调查对象

笔者所在学校的高一年级分为物化生、物化地、物化政、史地政四种不同的选科组合，为保证问卷的可靠性，反映全体高一年级学生的情况，选取了高一 3 班和 13 班两个不同层次的物化生组合，以及 19 班物化地、24 班物化政和 16 班史地政，总共 5 种不同班级类型，共 263 名学生进行问卷调查。

3.1.3 调查问卷设计

由于本研究是基于网络画板发展高一学生的直观想象素养，经查阅相关文献和与一线教师沟通，确定了调查问卷主要包括四个方面，一是学生的数学学习态度和对图形的在数学中作用的认识，二是直观想象素养自评，三是对数学课堂上应用信息技术的看法，四是与直观想象相关的四个数学能力的自我评价，共 15 道题，采用李克特量表的形式，设置 5 个描述性选项，从“非常不符合”到“非常符合”，依次记为 1 到 5 分。

3.1.4 调查结果及分析

1. 问卷的信度分析

调查问卷在进行时，通过被测对象进行相同问题的回答，收集其调查结果。要观测问卷是否可靠，需要对问卷进行信度分析。信度反映测试成绩是否可靠，测试卷能否真正反映被测的真实情况^[44]。发放 263 份问卷，其中回收的有效问卷为 257 份。将有效问卷利用 SPSS26.0 软件进行信度分析，其结果如表 3.1 所示。

表 3.1 克隆巴赫信度分析

可靠性统计		
克隆巴赫	Alpha	项数
	.887	15



表 3.1 显示，问卷克隆巴赫 α 系数为 0.887，大于 0.8，说明问卷整体的数据可靠性高。从表 3.2 中看出，删除 9 题后克隆巴赫 α 系数变成了 0.888，信度更高，但是考虑到问卷的总体系数已经为 0.887 了，删除项后系数变化不大，所以以问卷中的 15 个题去调查，信度较高。

表 3.2 删除项后的克隆巴赫 α 系数

项总计统计				
	删除项后的标度 平均值	删除项后的标度方 差	修正后的项与总 计相关性	删除项后的克隆巴赫 Alpha
1T	51.85	67.676	.520	.882
2T	51.44	68.380	.556	.879
3T	51.73	66.777	.649	.875
4T	50.88	70.908	.525	.880
5T	52.23	68.006	.602	.877
6T	51.95	68.853	.560	.879
7T	50.96	73.186	.377	.886
8T	50.87	73.107	.375	.886
9T	51.00	73.406	.334	.888
10T	50.83	71.197	.462	.883
11T	50.77	71.793	.497	.882
12T	51.97	67.261	.646	.875
13T	51.74	67.733	.706	.873
14T	52.05	66.204	.707	.872
15T	51.75	67.057	.703	.873

进一步分析各维度的信度，从表 3.3 看到，四个维度的克隆巴赫 α 系数都大于 0.7，第 3 个维度和第四个维度都大于 0.8，说明分维度的信度较好，量表内部一致性信度较高，问卷数据较为可信。

表 3.3 分维度的信度检验

维度	克隆巴赫 Alpha	项数及题号
1	0.758	4 (1-4 题)
2	0.702	3 (5-7 题)
3	0.837	4 (8-11 题)
4	0.876	4 (12-15 题)



2. 问卷的效度分析

根据信度结果显示,可以分析调查问卷的效度,结果如表 3.4 所示。问卷的 KMO 取样适切性量数为 0.841, 大于 0.7, 是适合因子分析的; 巴特利特球形度检验结果显示, p 值小于 0.05, 可以拒绝无效假设。

表 3.4 效度分析

KMO 和巴特利特检验		
KMO 取样适切性量数。		.841
巴特利特球形度检验	近似卡方	2005.737
	自由度	105
	显著性	.000

抽取主成分后, 如表 3.5 所示, 所有题目的共同性都在 0.2 以上, 是适合分析的, 因此问卷的效度较高, 题目不予删除。

表 3.5 公因子方差

	初始	提取
1T	1.000	.507
2T	1.000	.567
3T	1.000	.689
4T	1.000	.522
5T	1.000	.648
6T	1.000	.783
7T	1.000	.806
8T	1.000	.680
9T	1.000	.661
10T	1.000	.806
11T	1.000	.700
12T	1.000	.649
13T	1.000	.747
14T	1.000	.689
15T	1.000	.811

提取方法: 主成分分析法。

3. 问卷结果具体情况分析

(1) 学生对数学的兴趣及作图在数学中的作用



表 3.6 学生调查问卷第一题

	频率	百分比	有效百分比	累积百分比
非常不符合	20	7.8	7.8	7.8
比较不符合	51	19.8	19.8	27.6
不确定	57	22.2	22.2	49.8
有效 比较符合	91	35.4	35.4	85.2
非常符合	38	14.8	14.8	100.0
总计	257	100.0	100.0	

建构主义理论认为，学生的学习是主动建构知识的过程，因此调查学生对于数学的兴趣非常关键。第一题为学生对于数学学习兴趣调查，从表 3.6 中可以看出，50.2%的学生对数学感兴趣。学生数学的学习离不开兴趣，兴趣是学习的动力，只有对数学感兴趣，学生才会觉得数学不让人望而生畏，才会积极主动地去解决问题，在遇到困难时不退缩，努力去解决问题。没有兴趣作为支撑，学生的学习将变得很枯燥，久而久之成为数学的“学困生”。为减少这种情况的发生，教师应当思考如何使得数学教学变得“有趣”——可以通过创设与数学相关的有趣的教学情境，思考生活中的数学，激发学生的求知欲。

表 3.7 学生调查问卷第二题

	频率	百分比	有效百分比	累积百分比
非常不符合	8	3.1	3.1	3.1
比较不符合	28	10.9	10.9	14.0
有效 不确定	56	21.8	21.8	35.8
比较符合	104	40.5	40.5	76.3
非常符合	61	23.7	23.7	100.0
总计	257	100.0	100.0	

第二题调查了学生对图形的感受，从表 3.7 可以看出，有 64.2%的学生认为，图形比文字和符号直观，只有 14.0%的学生不这么认为，约五分之一的学生表示不确定。因此可以认为，图形由于其直观性，更容易给学生留下印象，更容易吸引学生的注意力，大多数学生对图形的感知力更强。

表 3.8 学生调查问卷第三题

	频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效非常不符合	14	5.4	5.4	5.4



比较不符合	38	14.8	14.8	20.2
不确定	63	24.5	24.5	44.7
比较符合	111	43.2	43.2	87.9
非常符合	31	12.1	12.1	100.0
总计	257	100.0	100.0	

第三题是学生在做题时，是否会利用图形解决问题。表 3.8 表明，有 55.3% 的学生在做题时，经常会画出相应的图像，利用数形结合的方法去解题，有 25.6% 的学生则不会作图解决数学问题，调查结果显示学生作图解决数学问题的情况不佳，教师应注重学生作图能力的提升。

表 3.9 学生调查问卷第四题

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	非常不符合	4	1.6	1.6	1.6
	比较不符合	8	3.1	3.1	4.7
	不确定	18	7.0	7.0	11.7
	比较符合	114	44.4	44.4	56.0
	非常符合	113	44.0	44.0	100.0
	总计	257	100.0	100.0	

第四题调查了学生对于作图解决数学问题的看法，作图是否有助于解决数学问题。从表 3.9 中能看出，只有不到 5% 的学生认为作图对于数学解题没有帮助，约 90% 的学生都认为在数学学习中，作图是非常重要的。但是结合表 3.8 能发现，有作图习惯的学生与认为作图有助于解题的学生比例相比，显然要低。究其原因，可能是有一部分学生有作图的意识，但是受到自身数学素质或者学习习惯的限制，并不能在做题时做出有效的图形。为此，教师应当关注学生是否规范作图，在日常教学中有意识地通过板书作图，提高学生作图能力。强调代数法的同时也要关注几何法，增强其分析问题、解决问题的能力。

(2) 学生对直观想象素养的了解程度以及直观想象素养自评

表 3.10 学生调查问卷第五题

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	非常不符合	25	9.7	9.7	9.7



比较不符合	59	23.0	23.0	32.7
不确定	95	37.0	37.0	69.6
比较符合	69	26.8	26.8	96.5
非常符合	9	3.5	3.5	100.0
总计	257	100.0	100.0	

由表 3.10 可知，学生关于直观想象的内涵大都不了解。只有 30.3% 的学生表示了解直观想象素养，其中只有 3.5% 的学生非常了解直观想象，37.0% 的学生表示不确定直观想象素养的内容，32.7% 的学生表示对直观想象的概念不了解。结合以上结果，学生对于直观想象素养的认识不够深刻，应当引起重视。

表 3.11 学生调查问卷第六题

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	非常不符合	14	5.4	5.4	5.4
	比较不符合	46	17.9	17.9	23.3
	不确定	91	35.4	35.4	58.8
	比较符合	88	34.2	34.2	93.0
	非常符合	18	7.0	7.0	100.0
	总计	257	100.0	100.0	

解释了直观想象素养的内涵后，下面一题是让学生自评直观想象素养，通过表 3.11 可以发现，在被调查的学生中，只有 7.0% 的学生认为自己的直观想象素养水平特别好，34.2% 的学生认为自己的直观想象素养比较好，23.3% 的学生认为自己的直观想象素养表现比较差，另外还有 5.4% 的学生认为自己直观想象素养非常差。被调查的学生，整体对自己直观想象素养的评价比较低。综上，高一学生直观想象素养水平总体不理想，学生的总体表现不佳，在后期教学中，教师不断去渗透直观想象的内涵，辅助以各种教学手段，提升学生的直观想象素养。

表 3.12 学生调查问卷第七题

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	非常不符合	4	1.6	1.6	1.6
	比较不符合	6	2.3	2.3	3.9
	不确定	23	8.9	8.9	12.8



比较符合	130	50.6	50.6	63.4
非常符合	94	36.6	36.6	100.0
总计	257	100.0	100.0	

在学生对于自己是否想提升直观想象素养方面，大多高一学生都表达了希望提升自身直观想象素养水平的意愿。由表 3.12 发现，超过一半的学生表达了想提升直观想象素养水平的想法，比例为 86.6%，有 36.6% 的学生表示自己特别愿意提升直观想象素养。本次问卷的结果表明只有极少数的学生（比例为 3.9%）表达了不想提升自己的直观想象素养。由此得出结论：多数学生希望能提升自己的直观想象素养。

（3）数学课堂应用信息技术情况和学生感受

《课标》中指出应当实现信息技术与数学课程的深度融合，而学生作为课堂活动的主体，其对于数学课堂中应用信息技术的看法及感受非常重要。从第八题到第十一题，是关于数学课堂中应用信息技术的情况及学生感受。

第八题是数学教师是否会在课堂上，有意识训练学生利用数形结合的方法解决数学问题，根据表 3.13，约一半（比例为 45.1%）的学生表示，在数学课堂上，老师经常用数形结合的方法去分析和解决数学问题，有 3.1% 的学生认为非常不符合。

表 3.13 学生调查问卷第八题

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	非常不符合	4	1.6	1.6	1.6
	比较不符合	4	1.6	1.6	3.1
	不确定	25	9.7	9.7	12.8
	比较符合	108	42.0	42.0	54.9
	非常符合	116	45.1	45.1	100.0
	总计	257	100.0	100.0	

由表 3.14 显示，信息技术在数学课堂应用频率比较高，有 80.9% 的学生表示教师经常在数学课堂上用信息技术，其中有 42.0% 的学生表示比较符合，只有 3.9% 的学生表示教师极少在数学课堂应用信息技术。

表 3.14 学生调查问卷第九题

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	非常不符合	14	2	0.8	0.8



比较不符合	46	10	3.9	4.7
不确定	91	37	14.4	19.1
比较符合	88	108	42.0	61.1
非常符合	18	100	38.9	100.0
总计	257	100.0	100.0	

表 3.15 学生调查问卷第十题

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	非常不符合	6	2.3	2.3	2.3
	比较不符合	4	1.6	1.6	3.9
	不确定	29	11.3	11.3	15.2
	比较符合	82	31.9	31.9	47.1
	非常符合	136	52.9	52.9	100.0
	总计	257	100.0	100.0	

由表 3.15 发现，超过一半（52.9%）的学生表示，他们非常支持信息技术应用于数学课堂教学，除 15.2% 的学生表达了不确定态度外，只有 2.3% 的学生强烈反对非常反对信息技术应用于数学教学。平时的教学反馈中也有部分学生提到反对信息技术应用于数学课堂的原因，比如教师应用 PowerPoint 教学时，会出现一些状况，数学具有高度的抽象性，课件重视展示最终的结果，无法体现思考过程；有时候课件的播放速度较快，来不及记课堂笔记；课件只是课堂的辅助，不能是课堂的全部，尤其是数学课堂。

表 3.16 学生调查问卷第十一题

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	非常不符合	4	1.6	1.6	1.6
	比较不符合	2	0.8	0.8	2.3
	不确定	20	7.8	7.8	10.1
	比较符合	100	38.9	38.9	49.0
	非常符合	131	51.0	51.0	100.0
	总计	257	100.0	100.0	



由表 3.16 可知,在信息技术的作用方面,约 90%的学生认为信息技术的动态展示功能,对于数学知识的理解是有帮助的,2.3%的学生认为没有。基于此,教师应当合理应用信息技术教学,帮助学生直观理解知识,提高学习效率。

(4) 学生能力自评

为了解学生直观想象素养水平,需调查与之相关的数学能力。问卷的第十二题到十五题是学生各种数学能力的自我评价。

表 3.17 学生调查问卷第十二题

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	非常不符合	16	6.2	6.2	6.2
	比较不符合	50	19.5	19.5	25.7
	不确定	81	31.5	31.5	57.2
	比较符合	94	36.6	36.6	93.8
	非常符合	16	6.2	6.2	100.0
	总计	257	100.0	100.0	

数学多元表征理论认为,知识的多种呈现方式,有助于降低学生的认知障碍。代数与几何可以实现同一个问题的不同表征,其相互转化有助于学生对知识的理解,即从不同角度看待同一知识,加深印象,对知识理解更加深入。直观想象素养表现之一为建立数与形的联系,数形结合是其中之一。表 3.17 显示,只有 6.2%的学生认为自己非常符合,25.7%的学生认为自己不符合或比较不符合,还有 57.2%的学生表达了不确定的看法。从表 3.17 可以看出,学生应继续增强代数与几何相互转化的能力,教师应当在数学课堂上有意识进行渗透。

表 3.18 学生调查问卷第十三题

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	非常不符合	12	4.7	4.7	4.7
	比较不符合	22	8.6	8.6	13.2
	不确定	89	34.6	34.6	47.9
	比较符合	118	45.9	45.9	93.8
	非常符合	16	6.2	6.2	100.0
	总计	257	100.0	100.0	



在利用图形描述数学问题方面，表 3.18 显示，有 52.1% 的学生认为自己比较符合或非常符合，13.2% 的学生认为自己不太符合，约一半（比例为 47.9%）的学生表达了不确定的想法。这表明学生利用图形描述数学问题的能力亟待提高，学生在直观想象利用图形描述问题方面表现不佳。

数学来源于生活，又服务于生活，直观想象素养表现之一为关于在实际问题中，借助几何直观理解问题的能力，问卷结果显示，有 35.0% 的学生认为自己具备用数学来解决实际问题的能力，26.5% 的学生对此持消极态度，认为自己不具备这项能力。统计结果如表 3.19 所示。

表 3.19 学生调查问卷第十四题

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	非常不符合	18	7	7.0	7.0
	比较不符合	50	19.5	19.5	26.5
	不确定	99	38.5	38.5	65.0
	比较符合	70	27.2	27.2	92.2
	非常符合	20	7.8	7.8	100.0
	总计	257	100.0	100.0	

数学学习中，图形能将抽象的数学问题直观化，学生应当具备用图形解决数学问题，用图形探索运动规律的能力。结果显示，52.2% 的学生对自己持肯定态度，表示比较符合或非常符合，另有 14.0% 比较悲观。具体结果如表 3.20 所示。

表 3.20 学生调查问卷第十五题结果

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	非常不符合	16	6.2	6.2	6.2
	比较不符合	20	7.8	7.8	14.0
	不确定	87	33.9	33.9	47.9
	比较符合	114	44.4	44.4	92.2
	非常符合	20	7.8	7.8	100.0
	总计	257	100.0	100.0	



3.2 高一学生直观想象素养的培养现状访谈

3.2.1 教师访谈目的

问卷调查的对象是学生，而教师作为课堂活动的引导者，其对于学生情况的认知与对一些教学手段的看法是非常重要的，基于此对教师进行访谈。本次访谈的目的一是要了解关于高一学生直观想象素养培养的教学现状，与学生问卷结果结合，在“教师教”与“学生学”两方面去认识；二是就数学教师在课堂教学中使用信息技术的情况进行访谈，了解一线教师在应用信息技术时所遇到的问题；三是就基于数学软件发展高一学生直观想象素养的做法，访谈数学教师对此的看法。

3.2.2 访谈对象

考虑到不同教龄的教师自身情况不同，信息技术应用能力不同，对教学中应用一些教学手段的看法也不尽相同，为了保证访谈结果的有效性与全面性，笔者选择了所在学校不同教龄的数学教师共六名，教师 1 和教师 2 为一组，教龄为 5 到 10 年；教师 3 和教师 4 为一组，教龄为 10 到 20 年；教师 5 和教师 6 为一组，教龄为 20 年以上。每组教师中的两人分别擅长信息几何和不擅长信息技术，其具体情况如表 3.21 所示：

表 3.21 被访谈教师的教龄及是否擅长信息技术

称谓	教龄	是否擅长信息技术
教师 1	6 年	是
教师 2	8 年	否
教师 3	13 年	是
教师 4	16 年	否
教师 5	23 年	是
教师 6	21 年	否

3.2.3 访谈结果及分析

对直观想象素养的了解程度。根据访谈结果，发现一线教师对直观想象素养的了解程度不够深入，教师应当认真学习相关理论知识，用理论武装自己，才能在教学中有意识地培养学生的直观想象素养。如教师 1 说：“直观想象是高中数学六大核心素养之一。”教师 3 说：“直观想象素养的一个表现是数与形的结合，在教学



中应注重同一知识的不同表征，加深学生印象。”教师 5 说：“直观想象素养包含了几何直观与空间想象两部分，在函数、向量、立体几何、解析几何等方面都有涉及。”对于直观想象素养的更多内涵，其具体表现形式，大多数教师表示不甚理解。

学生直观想象素养培养现状。访谈中的六位教师都表示，学生的直观想象素养水平不高，不同学生之间差距较大，有些学生具有较强的数学思维，而有些学生就比较差。如教师 2 说：“学生的直观想象素养水平普遍不高，部分学生学习习惯较差，比如有时候需要从图像中总结与发现规律，但是学生如果作图不规范，就得不到相应的结果。”教师 4 说：“总体来说，学生的表现不好，除极个别学生外，普遍需要提高。教学多年来发现，不同组合的学生也不一样，比如选考物理的学生要比选考历史的强，男生比女生强。”教师 6 说：“学生在学习数学时喜欢死记硬背，在遇到他背的这道题时，他就能做出来，但是稍微拐个弯，学生就不会了。数学应该是在理解的基础上记忆，很多学生片面理解数学问题，只关注代数方面，不关注几何角度，所以发展学生直观想象素养还是比较困难的，需要在教学中不断给学生渗透。”

在数学课堂使用信息技术现状。根据访谈结果，不同教师对比发表了不同看法，擅长信息技术的教师表示，他在数学课堂使用信息技术的频率较高，而不擅长的教师则使用频率更低，且软件较为单一。同时教师表达了由于各种因素的影响，应用信息技术有时会增加教学负担。如教师 1 说：“在讲新授课时，我经常用到 PowerPoint，在平时的教学中，我会使用希沃白板，还会用投影去展示学生的当堂作业。关于数学软件，在备课阶段，有时候会用到几何画板等作图。”教师 4 说：“我除了课件以外，基本不用其他的信息技术辅助教学，除了教学，平时还有教研、开会等，教学又有进度要求，学习一个新的数学软件，需要一定的时间，大部分数学软件并不是学习几个小时就可以熟练操作的，因此我基本在公开课的时候才会用信息技术辅助教学。”教师 6 说：“我大多都是直接在黑板上板书。”

对基于网络画板在立体几何教学中发展高一学生直观想象素养的看法。多数教师认为信息技术的合理使用有助于提升学生的直观想象素养，在教学中与传统教学手段有机结合，达到教学效果的最优化。如教师 1 说：“应用信息技术会增加课堂的趣味性，让课堂气氛更加活跃，有助于激发学生兴趣，学生对数学感兴趣了，才有可能提升直观想象素养。在教学中可以从生活实际出发，通过一些图片或视频的展示，让学生从生活中抽象出数学问题。”教师 4 说：“我不是很擅长使用信息技术，但是不能否认信息技术对学生的直观想象素养的提升有促进作用。网络画板我



不是很了解，但是如果让我选择一款数学软件的话，我希望操作简单，便于学习，并且功能强大，最好能让学生也参与其中，能够满足数学教学的需求。”教师5说：“学生初次接触立体几何，其难点之一是无法由直观图想象出其图形的构成，识图是画图 and 用图的基础，应用数学软件可以达到更好的教学效果，降低学生的认知难度。比如立体几何教学中翻折问题、截面问题，图形直观展示会降低知识难度，使教学变得更加简单，我经常在教学中应用几何画板，学生反馈比较好，至于网络画板，几何画板已经满足了教学需求，我不需再学习别的数学软件了。”

教师访谈结果对教学的建议。教师需要关注学生直观想象素养水平，有意识地在教学中合理使用信息技术辅助教学，相较于传统的教学手段，信息技术功能强大、方便快捷，可以突出图形特征，动态展示呈现数与形的变化。立体几何初步是学生首次系统地学习立体几何，教师应用网络画板，直观形象地展示有助于快速入门，提升其直观想象素养。



4 在立体几何中基于网络画板发展学生直观想象素养的教学实践

4.1 实验设计

4.1.1 实验目的

在对高一学生进行问卷调查、对数学教师进行访谈后，本研究将根据调查与访谈结果，制定教学策略，采用对比实验的方法，在笔者所教的两个班级进行实验，以探究网络画板应用于立体几何初步教学课堂，是否会有有效提升高一学生的直观想象素养。

选择笔者所带的高一 A 班和 B 班，其中 A 班为实验班，B 班为对照班，A 班学生人数为 59 人，B 班学生人数 58 人，总计 117 人。之前的月考成绩和周测数据表明，两个班学生的数学成绩基本相同，没有明显的差别，学生程度基本一致，可以认为实验的初始条件相同。实验过程所用教材、授课教师均相同，保证教学手段是本实验的单一变量。

4.1.2 实验假设

为提高学生的直观想象素养水平，本研究利用网络画板进行立体几何初步的教学，为此作出如下假设：

在 A 班应用网络画板，结合所提出的教学策略，进行立体几何初步的教学，B 班采用传统的教学方式，并以实物和模型为辅助，进行为期一个月的教学实验。实验结束后进行统一测试，对成绩进行统计和对比，A 班各水平的成绩都比 B 班高，以此说明教学手段的有效性。

4.1.3 实验过程

人教 A 版数学必修第二册第八章共 6 节内容，课时历经一个月，因此开展了约一个月的对比实验。在讲授立体几何初步内容前，设置测试卷在两个班进行了测试，收集测试卷，用 SPSS26.0 和 EXCEL 进行统计分析，检测其直观想象素养水平是否接近；接着在两个班进行对比实验，A 班利用网络画板教学，B 班以传统的教学方式；实验结束后，对学生展开后测，统计与分析两个班的成绩数据和直观想象素养水平差异。



4.2 直观想象素养分级及测试题选择

前测之前，需确定直观想象素养的水平划分，明确其评价标准，以此为依据进行试题选择。

4.2.1 直观想象分级

《课标》中在直观想象素养水平的划分上，分为情境与问题、知识与技能、思维与表达、交流与反思四个维度，每个维度都进行了三级水平的划分，但其在教学实践中并不是很好操作。比如水平三为基于学生学完选修系列后应达到的水平，按照人教 A 版 2019 的教材顺序授课时，立体几何初步为必修二内容，为高一学生学习，其掌握的高中知识还较少，达到水平三的学生必然不多。再比如《课标》中的各个维度之间并不能划分为互不交叉的四部分，往往四个维度是相互交融的，比如知识与技能维度，在考查知识与技能时，往往不会脱离情境存在。

喻平教授在《数学核心素养评价的一个框架》中提出了直观想象素养测评的一个框架。喻平教授认为数学核心素养的生成来源于对数学知识的学习，因此素养的测评可以以知识为手段，按照知识生成的三种形式，将直观想象素养分为了知识理解、知识迁移和知识创新三种递进的水平^[45]。

结合以上思考，本研究在测评学生直观想象素养水平时，依据《课标》中关于直观想象素养的概念，参照喻平教授的水平划分，按照图形的复杂程度，其分为三个水平，如表 4.1 所示。

表 4.1 直观想象素养水平划分

水平	表现
水平一：知识理解	掌握基本图形，理解基本图形的性质
水平二：知识迁移	掌握组合图形，处理组合图形的问题
水平三：知识创新	构建几何模型，解决综合情境的问题

关于直观想象素养在各水平的具体表现，由于前测所涉及内容较为广泛，下面以立体几何初步为例，进一步说明各级水平的具体表现，如表 4.2 所示。

表 4.2 立体几何初步中直观想象素养水平及具体表现

水平	表现
水平一：知识理解	能准确区分数学对象，理解基本的概念及定理。



水平二：知识迁移

能看懂直观图，会应用立体图形平面化的方法解决立体几何问题；会处理组合图形问题，如几何体与球相关问题，能建立数与形的联系。

水平三：知识创新

能够描述图形的运动规律，会处理立体几何中的动态问题；能够“无图想图”，会根据文字进行图形绘制及图形拆解。

4.2.2 测试题选择

在测试之前要先确定测试题，只有合适的测试题才能较为科学地反映出学生的直观想象素养水平。《课标》中关于高中数学的内容上确定了四条主线，分别为函数、代数与几何、概率统计以及数学建模活动以及数学探究活动，考虑到高一下期的学生所学高中知识较少，在测试的内容选择上，无法涵盖高中所有内容主线，因此在前测上，采用了人教A版必修一和必修二第八章前的内容进行测试，涉及复数、二次函数、三角函数与解三角形、基本初等函数和平面向量。后测的目的是检测对比实验后，学生直观想象素养水平有无差距，由于实验中所授内容为立体几何初步，因此后测内容为立体几何。

4.3 研究工具的编制

实验开始前设置了前测，编制相关题目对学生进行测试，意在检测学生直观想象素养水平现状，以及为控制干扰变量，将两个班进行对比，检验其数学成绩是否接近，其直观想象素养水平是否无较大差别。

4.3.1 前测试卷的内容设置

前测试卷共7道题，分别考查三个水平。

(1) 知识理解



表 4.3 知识理解水平测试题

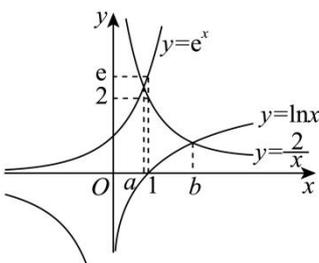
试题	图	考查内容
<p>1. 设 z 是复数且 $z-1+2i =1$, 则 z 的最小值为</p> <p>A. 1 B. $\sqrt{3}-1$</p> <p>C. $\sqrt{5}-1$ D. $\sqrt{5}$</p>		<p>本题考查复数减法的几何意义, 以及复数的模的几何意义。</p>
<p>2. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{ax^2+bx+c}$ 的部分图像如图所示, 则 $a+b+c =$</p> <p>A. -3 B. -6</p> <p>C. 13 D. 1</p>		<p>本题是复合函数, 幂函数与二次函数复合, 由图辨式, 考查学生对参数几何意义的理解。</p>

(2) 知识迁移

表 4.4 知识迁移水平测试题

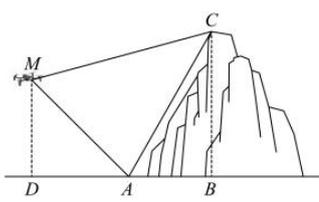
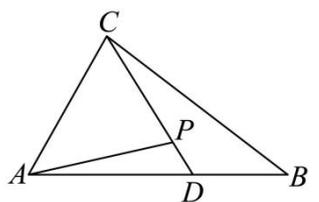
试题	图	考查内容
<p>3. 在 $\triangle ABC$ 中, $a=x, b=2, B=60^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 有两解, 则 x 的取值范围是</p> <p>A. $2 < x < 2\sqrt{3}$</p> <p>B. $2 < x < \frac{4}{3}\sqrt{3}$</p> <p>C. $\sqrt{3} < x < 2$</p> <p>D. $2 < x < \frac{5}{3}\sqrt{3}$</p>		<p>本题考查由三角形解的个数确定参数取值范围。作出对应图后, 结合图形求出 x 的取值范围。</p>
<p>4. 已知函数 $f(x) = 4\cos\left(\omega x - \frac{\pi}{4}\right) (\omega > 0)$ 的图像与直线 $y = 2\sqrt{2}$ 的两个相邻交点是 A, B, 若 $AB = \frac{\pi}{4}$, 则 $\omega =$</p> <p>A. 1 B. 1 或 7</p> <p>C. 2 D. 2 或 6</p>		<p>本题考查三角函数的图像和性质, 由图像求出函数的周期, 再将点的坐标代入, 求出参数的值。考查图像与参数意义的联系。</p>



<p>5. 已知正数 a, b 满足 $ae^a = b \ln b = 2$, 则</p> <p>A. $a < b < 1$ B. $a < 1 < b$</p> <p>C. $a > 1 > b$ D. $a > b > 1$</p>		<p>本题考查指数函数和对数函数的图像。同底的指数函数和对数函数互为反函数, 因此两者与函数 $y = \frac{2}{x}$ 的交点关于直线 $y = x$ 对称。</p>
--	--	--

(3) 知识创新

表 4.5 知识创新水平测试题

试题	图	考查内容
<p>6.如图, 为了测量某座山峰的高度, 在山脚 A 处测得山顶 C 处的仰角为 60°, 用无人机在离地面高 400m 的 M 处(即 $MD = 400$), 观测到山顶 C 处的仰角为 15°, 山脚 A 处的俯角为 45°, 则山高 $BC = \underline{\hspace{2cm}}\text{m}$.</p>		<p>本题考查学生的空间想象能力, 利用正弦定理和余弦定理进行求解。</p>
<p>7.如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$, $\vec{AD} = 3\vec{DB}$, P 为 CD 上一点, 且满足 $\vec{AP} = x\vec{AC} + \frac{3}{5}\vec{AB}$ ($x \in \mathbb{R}$), 若 $AC = 4$, $AB = 5$ 则 $\vec{AP} \cdot \vec{CD}$ 的值为</p> <p>A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{71}{20}$</p> <p>C. $\frac{46}{15}$ D. $\frac{17}{5}$</p>		<p>考查平面向量有关知识。利用向量线性运算和三点共线的条件, 再利用平面向量基本定理和数量积求解。</p>

4.3.2 后测试卷内容

对比实验是以立体几何初步为内容, 因此在后测题的选择上, 直接选取了学完立体几何初步后, 第一次月考中立体几何相关题型, 按照前面 4.1.1 中直观想象素养三水平在立体几何中的表现, 将试题进行分类, 以下为具体内容。



(1) 知识理解水平

表 4.6 知识理解水平测试题

试题	图	考查内容
<p>1.如图,四棱锥$P-ABCD$中,底面$ABCD$为正方形,$\triangle PAD$是正三角形,$AB=2$,平面$PAD \perp$平面$ABCD$,则PC与BD所成角的余弦值为</p> <p>A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$</p>		<p>本题考查异面直线所成的角,为基本图形的考查。通过中位线平移,构造$\triangle PAC$和$\triangle PBD$的中位线,使异面直线变成相交直线,再求相交直线所夹的角。</p>
<p>9.(多选题)已知直线a, b,平面α, β则下列说法错误的是</p> <p>A. $a \parallel b, b \subset \alpha$, 则$a \parallel \alpha$ B. $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$, 则$a \parallel b$ C. a, b异面,且$a \subset \alpha, b \subset \beta, a \parallel \beta, b \parallel \alpha$, 则$\alpha \parallel \beta$ D. $a \parallel \alpha, a \parallel \beta$, 则$\alpha \parallel \beta$</p>		<p>本题考查学生对线面平行判定定理和性质定理的理解以及符号语言、文字语言与图形语言的相互转化。是基本定理的理解与掌握。</p>

(2) 知识迁移水平

表 4.7 知识迁移水平测试题

试题	图	考查内容
<p>6.在三棱锥$P-ABC$中,底面ABC是等腰三角形,$\angle BAC = 120^\circ$,$BC=2$,$PA \perp$平面ABC,若三棱锥$P-ABC$的外接球的表面积为8π,则该三棱锥的体积为</p> <p>A. $\frac{\sqrt{2}}{9}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{9}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$</p>		<p>本题考查三棱锥的外接球,是棱锥和球组合图形的考查。将侧棱PA设出,将三棱锥补成相应的直三棱柱,该三棱锥的外接球与直三棱柱的外接球是同一个,直接列方程求解即可。</p>



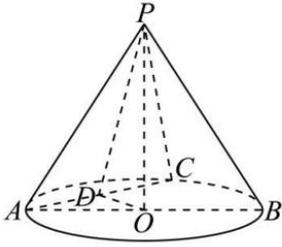
<p>17. 正四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AB=2$，$PA=4$，M 是 PB 上的点且 $PM=2MB$，N 是 PD 的中点。求：</p> <p>(1) 四棱锥 $P-ABCD$ 的表面积；</p> <p>(2) 三棱锥 $N-MCD$ 的体积。</p>		<p>本题考查棱锥的表面积和体积。第二问在求解时，利用等体积法，将对应三棱锥转换底面和高，再利用所求三棱锥和 $P-BCD$ 的底面积和高的比例关系求解。</p>
---	--	--

(3) 知识创新水平

表 4.8 知识创新水平测试题

试题	图	考查内容
<p>11. (多选题) 棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 在直线 AC 上运动，点 E，F，G 分别为 A_1D_1，A_1B_1，BB_1 的中点，点 M 是该正方体表面及其内部的一动点，且 $BM \parallel$ 平面 AD_1C，则下列选项正确的是</p> <p>A. $D_1P \parallel$ 平面 A_1BC_1</p> <p>B. 平面 $PDB_1 \perp$ 平面 A_1BC_1</p> <p>C. 过 E，F，G 三点的平面截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得的截面面积为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$</p> <p>D. 动点 M 的轨迹所形成区域的面积是 $2\sqrt{3}$</p>		<p>本题考查立体几何中的动态问题，结合图像的特点观察在变化过程中的变量和不变量，根据线面关系、面面关系，证明平行垂直等结论。</p>
<p>16. A，B，C，D 为球面上四点，M，N 分别是 AB，CD 的中点，以 MN 为直径的球称为 AB，CD 的“伴随球”，若三棱</p>		<p>本题是对新定义的考查，以三棱锥和球为背景，考查其“伴随球”的体积取值范围。</p>



<p>锥 $A-BCD$ 的四个顶点在表面积为 64π 的球面上，它的两条边 AB，CD 的长度分别为 $2\sqrt{7}$ 和 $4\sqrt{3}$，则 AB，CD 的伴随球的体积的取值范围是_____.</p>		
<p>22.如图，在圆锥 PO 中，已知 $PO \perp$ 底面圆 O，$PO = \sqrt{2}$，底面圆的直径 $AB = 2$，C 是弧 AB 的中点，D 为 AC 的中点.</p> <p>(1)证明:平面 $POD \perp$ 平面 PAC ;</p> <p>(2) 求三棱锥 $D-PBC$ 的体积;</p> <p>(3) 求二面角 $B-PA-C$ 的余弦值。</p>		<p>本题考查学生对立体几何中的证明以及体积、角度求解。通过分析题干，挖掘题目中的隐含条件，比如直径所对的圆周角为直角，垂径定理等。考查学生对题干的分析、转化能力。</p>

4.3.3 前测试结果分析

两个班测试结果如图 4.1 所示（深色为 A 班，浅色为 B 班）。

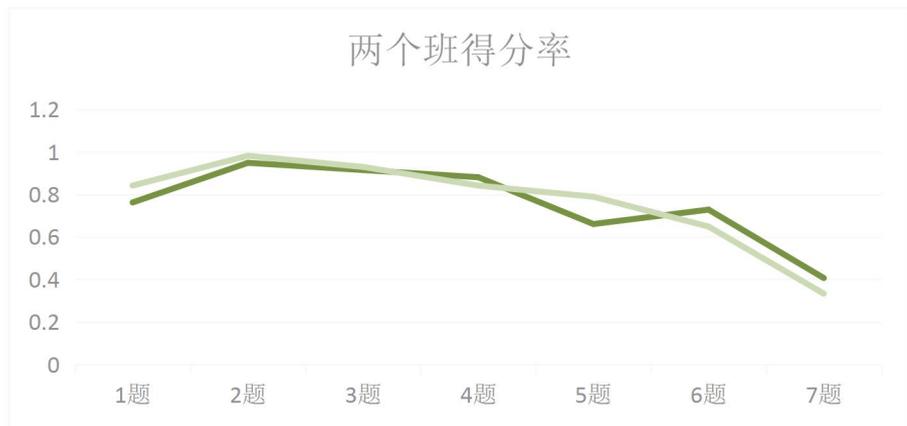


图 4.1 两个班得分率比较

测试结果显示，两个班平均分差距不大，A 班为 26.53，B 班为 26.84，仅差 0.31，差距不到 1 分。从每个题的得分率来看，除 5 题外，其他题的得分率也基本接近，用 SPSS 进行非参数检验，结果如表 4.9 所示。从表中可以看到，各个题的 p 值都大于 0.05，两个班成绩无明显差距，所以可以认为两个班成绩相同，直观想象素养



水平也相同。

表 4.9 检验统计^a

	—.1	—.2	—.3	—.4	—.5	—.6	—.7
曼-惠特尼 U	1450.000	1537.000	1595.000	1682.000	1508.000	1624.000	1624.000
威尔科克森 W	3161.000	3248.000	3306.000	3393.000	3219.000	3335.000	3335.000
Z	-1.887	-1.465	-.720	.000	-1.120	-.375	-.381
渐近显著性(双尾)	.059	.143	.471	1.000	.263	.707	.703

a. 分组变量: ^1

两个班综合分析, 得出各水平得分率如表 4.10 所示:

表 4.10 各水平得分情况

水平	题号	得分率
知识理解水平	1	80.2%
	2	96.6%
知识迁移水平	3	92.2%
	4	86.2%
	5	72.4%
知识创新水平	6	68.9%
	7	37.1%

从测试结果可以看出, 两个班的学生在知识理解水平的得分都比较高; 在知识迁移上, 除 5 题外, 其他题都达到了 80%以上, 说明多数学生达到水平一和水平二; 在知识创新水平, 学生得分较低。

知识理解水平要求学生掌握基本图形的性质, 初步掌握定理及概念。根据前测结果, 学生基础知识、基本概念的掌握情况较好, 教师在后续教学中, 应当继续引导学生重视基础知识的学习。

知识迁移水平为水平二, 要求学生能处理组合图形的问题。前测结果显示, 学生对于建立数与形关系的问题测试结果不佳, 如 5 题处理较差。在后续的教学中, 教师应当强化学生对于数形关系的认知, 如利用数形结合的方法解决数学问题, 将同一知识用多种角度去呈现, 降低学生思维难度。

知识创新水平对学生的要求相对较高, 要求学生能从综合情境中, 处理数学问题。从测试结果可以看出, 大部分学生没有达到此水平。

结合调查问卷和水平测试结果, 学生直观想象素养水平需要进一步提升。



4.4 基于网络画板发展高中生直观想象的教学策略

根据学生调查问卷和前测结果，发现学生直观想象素养水平亟待提升，为此，由教师访谈结果，结合网络画板的功能特点以及直观想象素养相关研究，以“数学多元表征理论”“问题驱动教学理论”和“建构主义学习理论”为理论指导，提出以下三点教学策略。

4.4.1 创设问题情境，启发学生思考

前期调查结果显示，大部分高一学生对图形较为敏感，因此在教学时，选择合适问题情境如图片等引入，这是直观想象素养培养的切入点。在传统的数学课程教学中，部分教师将主要精力集中于知识的应用，通过大量地做题，让学生去理解，被动接受知识，学生出现死记硬背的情况，这样不利于学生对数学知识本质的理解。创设问题情境是为了从实际问题出发结合学生自身知识基础，结合自身已有的生活经验，更加贴切自然，激发其兴趣，调动其非智力因素，增强其直观想象素养。

《课标》中提出，核心素养教学中创设情境，进而提出问题是在教学中需要注意到的问题，不管是现实情境还是数学情境，创设情境的目的是引出问题，启发学生的思考，揭示数学的本质。

通过思考以上问题，教师可以用网络画板创设问题情境，其直观性会使课堂教学更加高效。如直线与平面垂直的判定定理中，如何引导学生发现只需要满足直线与平面内两条相交直线垂直呢？教材提供了折纸实验，在课堂教学时，教师可以让学生动手操作，接着网络画板进行补充，如图 4.2。

动手操作
准备一个三角形纸片 ABC ，过 $\triangle ABC$ 的
顶点 A 翻折纸片，得到折痕 AD ，将翻折后的
纸片竖起放置在桌面上 (BD, CD 与桌面接触)。
(1) 折痕 AD 与桌面垂直吗？
(2) 如何翻折才能使折痕 AD 与桌面垂直？

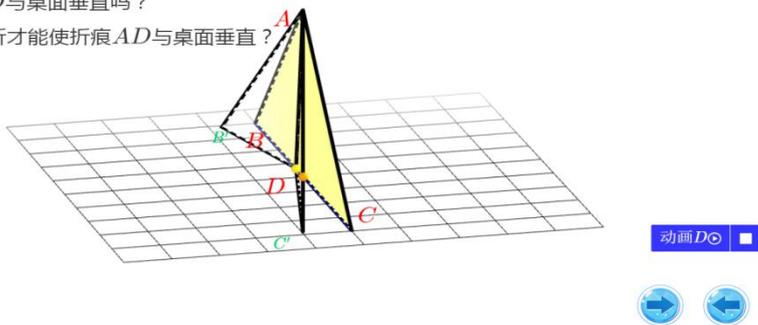


图 4.2 网络画板演示折纸实验



4.4.2 动静相互结合，激发学生积极性

利用图形去描述和理解数学问题是直观想象素养的重要表现之一，借助几何图形的形象去描述复杂、抽象的问题，是学生应当具备的能力。通过调查问卷和学生问卷以及笔者教学过程中发现，一些学生作图能力不强，无法将条件直观转化；作图规范性不强，既不标准，也不美观，使学习效果大打折扣。因此在教学中，教师应重视培养学生规范作图的意识。

然而传统教学具有静态性，比如教师板书与课件展示，这些静态的呈现并不能达到某些教学效果，因此有时不能有效启迪学生思考。在立体几何教学中，传统课堂下，教师通过文字描述与教学模型展示讲解相关内容，但对于知识薄弱的学生，可能无法理解其抽象的几何概念，不利于学生直观想象素养的培养，因此教师应当引导学生从运动变化的角度去观察与学习立体几何。网络画板是一款动态数学软件，其强大的三维功能，对于立体几何的教学大有裨益。

如直线与平面垂直的判定定理，教材上通过折纸探究直接给出了结论，那么可能有学生有疑问，直线垂直平面内两条相交直线时，它一定垂直于这个平面内的所有直线吗？两条直线能代替此平面中的任意一条直线吗？为进一步验证，教师此时用网络画板动态展示直线与平面中两条相交直线所成的角，如图 4.3 所示。点击动画按钮，旁边实时展示直线 CD 与平面中两条确定直线 m 、 n 所成的角，验证直线 CD 与这两条相交直线垂直时，就和此平面中的任意一条直线垂直，从而符合直线与平面垂直的定义，在此过程中又体现了代数与几何的结合，展现出传统数学课堂所不能实现的直观化、动态化操作，更有助于培养学生的直观想象素养。

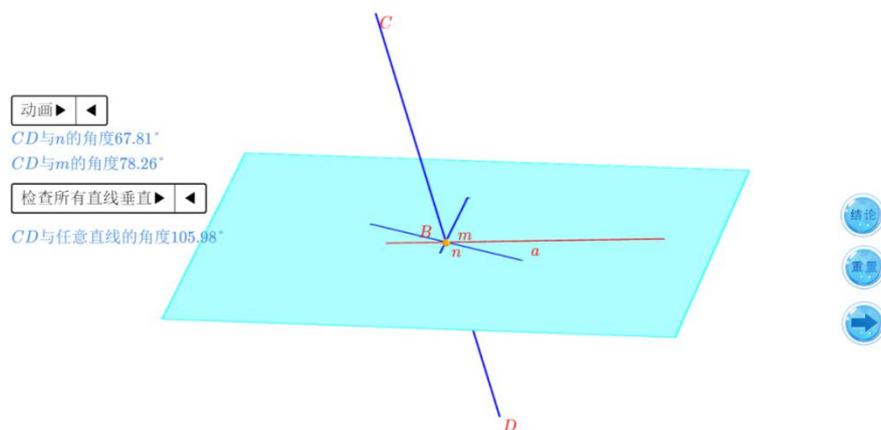


图 4.3 网络画板演示线面垂直判定定理



4.4.3 建立数形联系，理解数学整体性

数学是研究数量关系和空间形式的科学，以形助数或以数思形，是数学学习中非常重要的环节，即“两只眼睛”看数学，华罗庚先生说：“数缺形时少直观，形少数时难入微，数形结合万般好，隔离分家万事休。”几何直观与代数运算巧妙融合，有利于学生对数学整体性的理解。根据数学多元表征理论，数与形的相互结合，能促使学生深度理解数学知识。

比如在前测试卷中，1题考查的是复数的运算。有两种较为常规的解法，一为设出复数 z 的代数表示式，将问题代数化，这种计算量较大，对于部分学生来说较为吃力；二为复数的几何意义，复数与复平面内的点一一对应，而 $|z-1+2i|=1$ ，说明 z 所对应的点 (a,b) 与点 $(1,-2)$ 之间的距离为1，这样就可以确定 z 的轨迹为圆，而求 $|z|$ 即为求动点 (a,b) 与原点的距离，利用网络画板画出图，即可解决问题。再比如测试卷中第7题，考查向量的数量积，将向量 \overline{AM} 和 \overline{AN} 都用基底表示出来后，转化为基底之间的运算，接着将代数问题几何化，运用向量数量积的几何意义。

在立体几何初步的教学中，数与形的结合也是必不可少的环节。立体几何初步要求学生掌握空间点、线、面的位置关系，要求学生了解图形，并学会对图形进行识别和构建，数形结合是了解图形的一大途径。初学立体几何时，由于空间想象能力差，部分学生无法理解直观图，就无法实现三维立体图形向二维平面图形的转化，学习上就有障碍，利用网络画板，教师绘制相应的图形，除旋转平移翻折等操作外，还可以度量长度角度，数与形相互结合，深度理解立体几何知识。再例如在球的体积公式推导中，可以先利用网络画板创设倒沙实验，结合祖暅原理，这样既有图形的表征，也有代数的推导，对于球的体积公式，学生就会有更加深刻的理解。

以下为结合教学策略实践的两个具体案例。

4.5 教学案例

4.5.1 教学案例一：《棱柱、棱锥、棱台的表面积与体积》

本节是运用网络画板讲授的一节新课，是几何体表面积与体积的第一课时，意通过网络画板的应用，提升学生直观想象素养水平。

1.教材分析



本节内容是简单几何体的表面积和体积第一课时，是学生学习了简单几何体的概念、分类以及表示后，对几何体的进一步认识。本节将从表面积、体积两个度量的角度来进一步认识几何体。

表面积是围成几何体的各个面的面积之和。对于多面体的表面积，只需将各个面的面积相加即可；对于旋转体的表面积，考虑将多面体的面展开，其中蕴含着化三维立体图形为二维平面图形的思想，这是下节课的重点，在这里不再赘述。

体积是几何体所占空间的大小。本节教材直接给出棱柱、棱锥、棱台的体积公式，而在教材的 121-123 页又用祖暅原理对其进行了说明，供学有余力的学生使用。

2.学情分析

对于多面体的表面积，学生不难理解，而体积，由于其在小学、初中已经学习过正方体、长方体的体积，在已有基础上，将其推广到一般的柱体体积，学生容易接受。但是对于锥体和台体的体积，是没有接触过的，由建构主义学习理论，学生的学习是主动建构知识的过程，应当应用网络画板，吸引学生注意，在动态展示过程中让其理解棱柱和棱锥以及棱台之间的内在联系。

3.教学目标

(1) 掌握棱柱、棱锥、棱台的表面积公式和体积公式，理解体积公式中参数的几何意义，并会简单地应用；

(2) 探索棱柱、棱锥和棱台体积之间的关系，体会转化、类比和特殊化的数学思想，并感受用这些思想解决数学问题的过程；

(3) 经历棱柱、棱锥、棱台体积关系的探索过程，体会知识之间的内在联系，提升直观想象素养水平。

4.教学重难点

重点：掌握棱柱、棱锥、棱台的表面积和体积公式，并能用这些公式解决简单的几何问题。

难点：体积公式的理解。

5.教学过程

(一) 创设问题情境，启发学生思考

问题情境：下列说法正确的是_____。

- ①棱锥的各个侧面都是三角形；
- ②棱台的侧棱延长后交于一点；
- ③棱台的上，下底面可以不相似，但侧棱长一定相等；



④棱柱的侧棱都相等，侧面都是全等的平行四边形。

（设计意图：通过思考与棱柱、棱锥和棱台有关问题，教师应用网络画板的 3D 绘图区绘制三者的图形，旋转对应的图形，让学生观察棱柱棱锥棱台的各个角度，全方位向学生展示，让其进一步提炼其结构特征，并向学生展示错误选项的反例。）

【师生活动】

师：空间几何体按照围成它们的面，能分成几类，分别是什么？

生：两类，多面体和旋转体。

师：我们刚回顾了多面体中的棱柱棱锥和棱台，请同学们思考，棱柱是从哪些方面定义的？

接着教师应用网络画板的 3D 绘图区，绘制棱柱，拖拽所绘制的图形，并进行提问。

师：棱柱的两个底面是什么图形？底面之间的位置关系是怎样的？

生：底面是多边形，两个底面互相平行。

师：棱柱的侧面是什么图形？

生（异口同声）：平行四边形。

师：侧棱的位置关系是怎样的？

生（异口同声）：平行。

师：侧棱和底面是否垂直？

生：不一定，侧棱和底面垂直的为直棱柱，不垂直的为斜棱柱。

教师应用网络画板向学生展示直三棱柱，如图 4.4 所示：

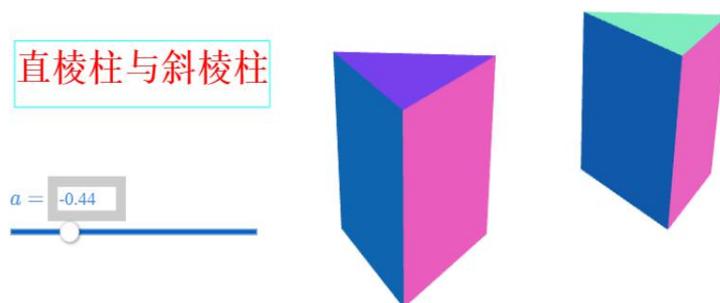


图 4.4 直三棱柱

接着教师拖动变量 a ，这时右侧直棱柱就变成斜棱柱，让学生进一步感受棱柱的分类及特点，理解其结构特征，如图 4.5 所示：

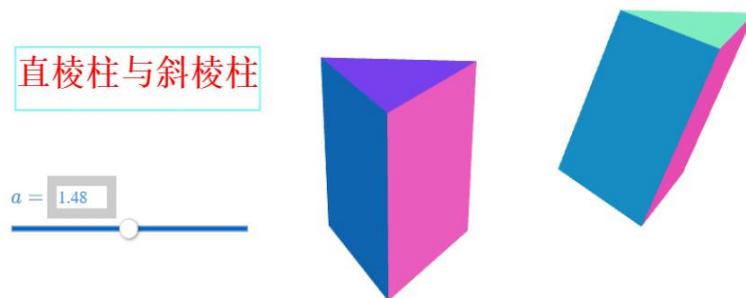


图 4.5 直棱柱与斜棱柱

（设计意图：通过展示直棱柱和斜棱柱，让学生回顾棱柱的分类，巩固其对棱柱结构的认识，回顾棱柱根据侧棱与底面是否垂直分为直棱柱和斜棱柱，防止其因为一些常见的棱柱如纸箱、茶叶盒等，对棱柱产生错误的认识。）

师：与棱柱类比，棱锥的定义又包含了哪些方面？

接下来教师继续应用网络画板绘制棱锥，旋转棱锥，让学生全方位观察棱锥的结构特征。

师：棱锥的底面和侧面分别是什么图形？

生（异口同声）：棱锥的底面是多边形，侧面是三角形，侧面的三角形共一个顶点。

师：那棱锥的侧棱有什么特点？

生（异口同声）：它们交于一点。

（设计意图：通过提问，让学生巩固棱锥的定义。）

接着教师继续绘制棱台，并将其旋转，让学生继续观察棱台在结构上的特征。

师：对比棱柱和棱锥，棱台的底面是什么图形，其位置关系又是怎样的？

生：棱台的两个底面是相似的多边形，且它们互相平行。

师：侧面是什么图形？

生（异口同声）：梯形。

师：我们知道棱台的侧棱延长后相交于一点，为什么？

生（异口同声）：棱台是由平面截棱锥得到的。

师：任意平面截棱锥吗？

生（异口同声）：必须用平行于棱锥底面的平面。

师：同学们回答得很对，基本掌握棱柱棱锥棱台的结构特征了，这节课我们将从度量的角度进一步认识它们。

（设计意图：通过提问学生棱柱棱锥棱台的定义，进一步回顾其结构特征，为



表面积和体积的学习作铺垫。)

(二) 阅读教材，探究新知

学生阅读教材 8.3.1 后，教师提问关于多面体的表面积计算方法，以及棱柱的体积公式。

【师生活动】

师：我们学习过特殊的棱柱——长方体和正方体，其体积为底面积与高的乘积，一般的柱体，如斜棱柱，其体积公式也是如此吗？也就是说用 S 表示柱体的底面积， h 表示其高，柱体的体积公式可以统一成 $V = Sh$ 。

接着教师向学生描述下列情境——一摞纸堆放在桌面上组成几何体，当其倾斜一定角度后，得到另一个几何体，但倾斜前后纸堆所占空间没变，其体积没有发生变化。学生阅读教材 121 页祖暅原理后，教师应用网络画板向其展示动态变化，如图 4.6 所示。

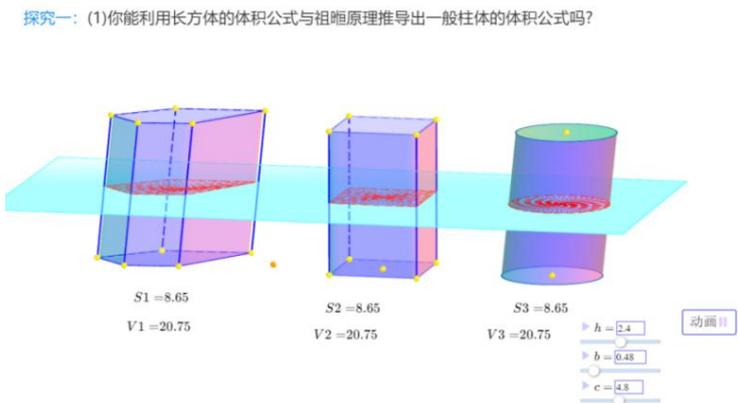


图 4.6 动画展示柱体体积公式

(设计意图：通过网络画板展示任意柱体的体积公式推导过程，在动画过程中，对应的截面面积和体积也随之发生变化。数与形相互结合，学生观察发现三个柱体的体积保持相等，因此可以得出结论，任意柱体（包括圆柱）的体积等于与之等底等高的直棱柱的体积。)

师：棱柱和棱锥体积公式之间有相似之处，那它们之间有什么关系？

生：我们可以从体积公式推，棱柱是底面积乘高，而棱锥是三分之一底面积乘高，棱柱是棱锥的三倍。因此，一个合理的猜测就是，一个棱柱可以分成三个同底等高的棱锥。

师：这个猜想是否正确？学生经过小组讨论后，验证猜想。

接下来教师向学生展示网络画板绘制的动画，如图 4.7 所示。点击 a 和 b 的同



时，就会将三棱锥分成三个同底等高的棱锥，进一步验证猜想。

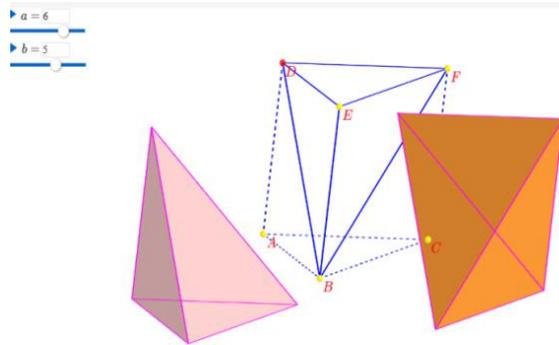


图 4.7 网络画板验证

（设计意图：应用网络画板，将棱柱分成三个同底等高的棱锥，让学生直观感受其结构之间的联系，加深印象。）

【师生活动】

师：我们知道棱台可以由棱锥得到，那棱台的体积和棱锥的体积之间是否存在某种联系呢？

生：可以由棱锥的体积减去截去的棱锥的体积。

师：设棱台的上、下底面积分别为 S' 和 S ，高为 h ，请同学们按照棱锥和棱台的关系，分小组推导棱台体积公式。

经过小组合作后，大都成功推导出棱台体积公式。

（设计意图：棱台是由棱锥截去一个小棱锥得到的，所以涉及棱台体积问题，可以将还原为对应的棱锥，求出大、小两个棱锥的高，就可以推出棱台体积公式。通过棱台体积公式的推导，让学生进一步体会棱台与棱锥之间的关系，学会用联系的观点看问题，增强其直观想象素养。）

（三）迁移应用，深化理解

师：通过探究，我们发现棱柱和棱锥之间有联系，棱锥和棱台之间也是，那三者是否有统一的联系？

生小组讨论。

教师展示棱柱棱锥棱台的关系。如图 4.8 所示，以三棱柱为例，当其上底缩小时，三棱柱即成为三棱台，而三棱台的上底面进一步缩小为一点时，三棱台就成为三棱锥，反之也能由棱锥得到棱台和棱柱。

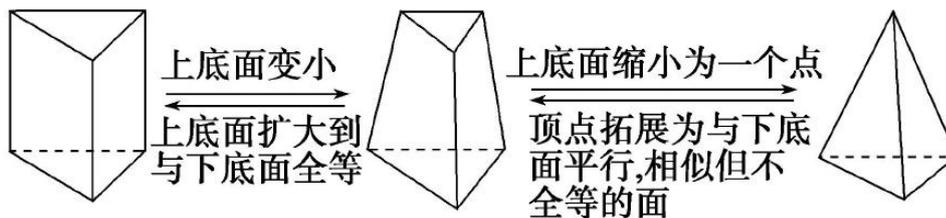


图 4.8 棱柱、棱台、棱锥的关系

(设计意图: 体会棱柱棱锥和棱台结构上的联系, 深刻理解体积公式。)

师: 不仅棱柱棱锥棱台之间有联系, 它们和圆柱圆锥和圆台之间也有联系, 下面通过动画展示几何体之间的关系。如下图 4.9 所示:

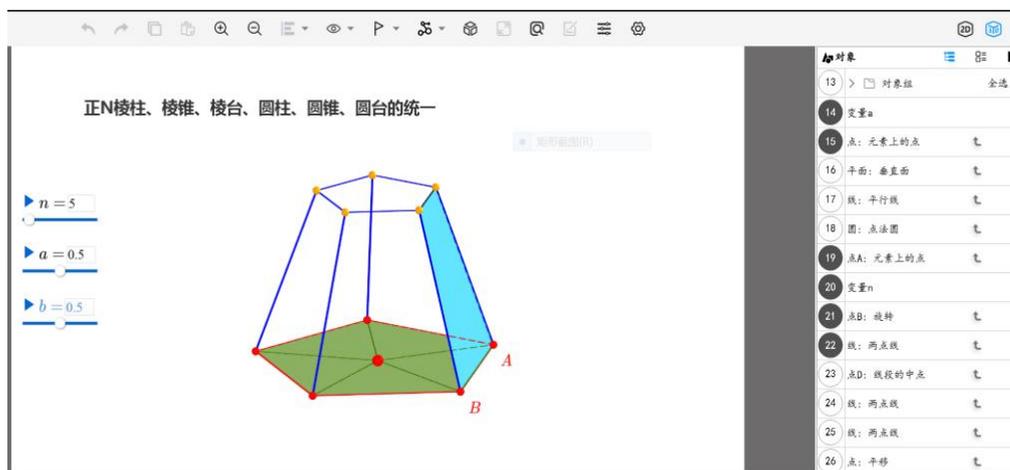


图 4.9 柱体、锥体、台体的统一

(四) 典型例题, 巩固提升

例 1: 如图 4.10 所示, 正方体的棱长为 2, 以其所有面的中心为顶点的多面体的表面积与正方体表面积之比为_____

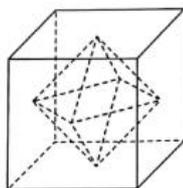


图 4.10 例 1

例 2: 如图 4.11, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1=2$, $AB=BC=1$, $\angle ABC=90^\circ$, 侧面 AA_1C_1C 的中心为 O , 点 E 是侧棱 BB_1 上的一个动点.



- (1) 求直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的侧面积;
- (2) 求证: 三棱锥 $E - AA_1O$ 的体积为定值.

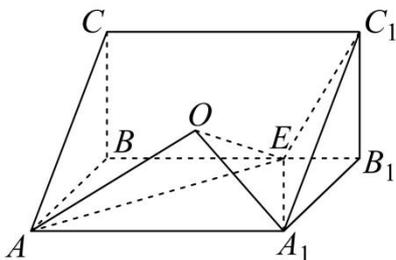


图 4.11 例 2

(六) 归纳总结

教师引导学生对本节所学内容进行总结, 梳理本节课知识, 理清本节课的知识脉络。

4.5.2 教学案例二: 《几何体与球》

本节课是一节习题讲解课, 是学生在学习了几何体的表面积体积后, 一节延伸与拓展课。

一、教学目标

- 1、理解和掌握正方体和长方体内接球外接球问题。
- 2、会将简单三棱锥的外接球转化为长方体的外接球, 如对棱相等的三棱锥、侧棱与底面垂直的三棱锥。
- 3、关于几何体外接球内切球的问题, 通过直观感知、实物展示、画板验证等环节后, 实现文字、符号、图形语言的转化。

二、教学重难点

重点: 正方体与内切球、棱切球、外接球的理解和求法。

难点: 简单棱柱、棱锥与球之间的位置关系与度量关系。

三、教学过程

(一) 创设问题情境——正方体内切球

【问题情境 1】现有一棱长为 a 的正方体容器 (容器壁厚度忽略不计), 如果将一个球整体放入其中, 问球的最大半径是多少?

教师首先口头描述——有一正方体的玻璃容器, 中心有一球形气球。现将气球半径逐渐扩大, 使得其与容器内壁首次接触, 固定气球不动, 此时气球与正方体的



相切于表面的中心。

接下来实物展示。教师进行实物模型展示，通过展示让学生观察正方体与球的相对位置关系。

最后教师利用网络画板绘制正方体内切球的动态图，利用动画进行演示，令球的半径逐渐变大，让学生观察球心的位置，拖拽、旋转后让学生全方位观察正方体与球的位置关系，如图 4.12 所示。

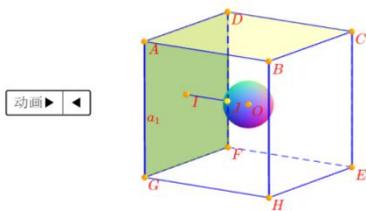


图 4.12 网络画板验证正方体内切球

【师生活动】

师：当球半径最大时，如何描述正方体与球的位置关系？

生（异口同声）：球在正方体内部，二者相切，切点是正方体表面的中心。

师：所以此时球心在哪里？球的半径为多少，其半径与正方体的棱长存在怎样的数量关系？

生：球心在正方体中心，其半径为正方体棱长的一半，即球的直径为 $2r = a$ 。

教师总结正方体内切球定义，球心位置与半径大小。

（二）重点探究——正方体棱切球与外接球

【问题情境 2】现有一正方体框架，将一球放入其中，使其与正方体的 12 条棱都相切，求球 O 的半径。

教师首先口头描述——将正方体想象成 12 根钢管焊接而成的正方体，继续将理想化的圆形气球继续变大，当球第一次和正方体框架接触时，两者会有什么样的位置关系？

接下来进行实物展示，教师展示正方体的棱切球模型，让学生观察正方体与球的相对位置关系。

接下来教师利用网络画板绘制正方体棱切球的动态图，让球的半径继续变大，并将其拖动、旋转等多方位进行展示，让学生在变化过程中感受正方体与球的相对位置关系。如图 4.13 所示：

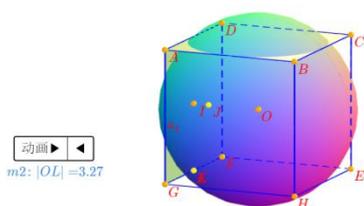


图 4.13 (1)

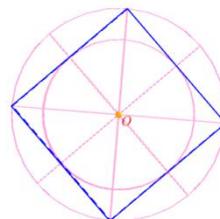


图 4.13 (2)

图 4.13 网络画板验证正方体棱切球

【师生活动】

师：类比正方体的内切球，此时球的直径与正方体的棱长之间存在怎样的数量关系？

生：球的直径等于正方体的面对角线，即 $2r = \sqrt{2}a$ 。

师：球心位置呢？

生（异口同声）：位于正方体中心。

教师总结正方体的棱切球，球心位置与半径大小。

【问题情境 3】将一正方体放入球中，如果已知正方体棱长，求球的最小半径。

教师首先口头描述——假设有一理想化的球状气球，其半径无限大，一正方体在气球内部。现将气球逐渐缩小，在此过程中，存在一个状态，使正方体与球初次“接触”，此时正方体的八个顶点落在球的表面上。

接下来进行实物展示，教师在课堂上展示正方体的外接球模型，让学生继续观察正方体与球的相对位置关系。

最后教师利用网络画板绘制正方体的外接球动态图，在球的半径变大的过程中，观察正方体与球的位置关系，拖拽图形，全方位向学生展示其位置关系，如图 4.14 所示。

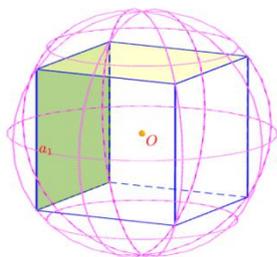


图 4.14 (1)

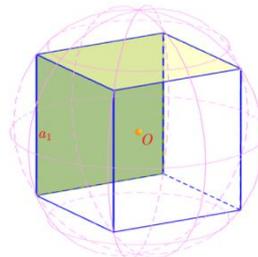


图 4.14 (2)

图 4.14 网络画板验证正方体外接球



【师生活动】

师：正方体与球是怎样的位置关系？

生（异口同声）：正方体在内，球在外，正方体与球相切于顶点。

师：球心位置在哪里？如果正方体半径为 a ，球的半径为 r ，二者在数量上满足什么关系？

生：球心在正方体的中心， $2r = \sqrt{3}a$ 。

教师总结正方体的外接球定义，总结球心与半径。

（三）迁移应用——长方体外接球

【变式 1——长方体外接球】长、宽、高分别为 a ， b ， c ，的长方体，其各个顶点都在球 O 的表面上，求球 O 的半径。

总结：长方体体对角线=球的直径

【变式 2——三组对棱分别相等的三棱锥】若三棱锥的三组对棱分别对应相等，分别为 a ， b ， c ，求其外接球的半径。

（设计意图：三组对棱分别对应相等的棱锥与长方体有关，可以看成长方体连接某些顶点得到。教师还可以进一步提示：连接长方体的四个顶点，还可以构造出三个侧面两两垂直的棱锥，因此一些有显著特征的三棱锥的外接球，可以借助长方体去求其外接球。）

（四）探究深化——直棱柱外接球

【变式 3——直棱柱外接球】若直三棱柱的底面为等边三角形，确定其外接球的半径。

变式：直三棱柱的底面为任意三角形，确定其外接球的球心和半径。

总结：直棱柱的外接球球心位于两个底面外心连线中点，其半径构造直角三角形即可求解。

【师生活动】

师：任意直棱柱有外接球，球心的位置如何描述？

生：上下底面外接圆的圆心连线中点处。

师：那任意斜三棱柱是否有外接球？任意斜棱柱是否有外接球？

学生经过思考讨论后，教师展示网络画板中绘制的斜三棱柱图形，说明任意斜三棱柱没有外接球——用任意平面去截球，所得截面都是圆，球心一定在过截面圆圆心的直线上，两条直线没有公共点，因此任意斜棱柱没有外接球。如图 4.15 所示：

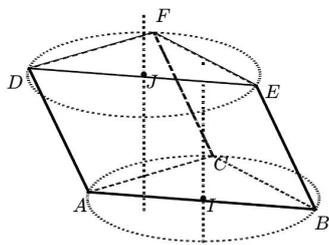


图 4.15 (1)

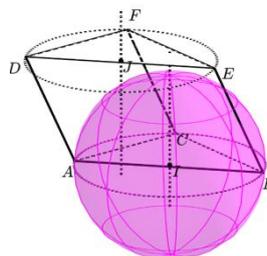


图 4.15 (2)

图 4.15 斜三棱柱与外接球

(设计意图: 通过网络画板验证任意斜三棱柱没有外接球, 两条线是互相平行的, 没有公共点, 因此不存在一个点到三棱锥六个点的距离相等。通过这个例子, 让学生理解几何体外接球的本质, 是在空间中寻找一个点, 使多面体各个顶点到其距离相等)

【思考】正三棱锥 $D-ABC$ 底面边长和侧棱长分别为 a 和 b , 求其外接球的半径。

网络画板观察:

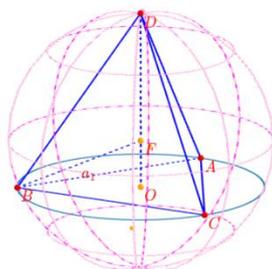


图 4.16 正三棱锥外接球

(设计意图: 教师画板展示后, 本题留作课后思考题, 通过学习本节内容, 让学生思考正三棱锥的外接球求法, 进而总结正棱锥的外接球。)

(五) 归纳小结

教师引导学生总结本节课内容, 归纳求几何体外接球问题的一般方法。

4.5.3 案例分析

案例一分析:

立体几何是高中数学的重要模块, 在“立体几何初步”教学中, 应用网络画板辅助教学。对《棱柱、棱锥和棱台的表面积与体积》一课, 分析如下:

立体几何初步的学习是建立在教师正确引导学生的基础上, 进行画图、识图和

用图。在课程导入阶段，首先创设了数学的问题情境——棱锥和棱台定义的考查，教师在网络画板的 3D 绘图区绘制若干个棱锥和棱台，帮助学生直观感知棱锥和棱台的几何特征，进行概念的辨析。教师在引入过程中应用网络画板展示棱柱等图片，形象直观，通过设置相关问题串，从三个角度——底面、侧面和侧棱帮助学生回顾结构特征。在这一阶段的教学过程中，充分利用网络画板让学生更加直观地观察图形，化抽象为直观，为后面直观图与立体图的切换建立联系。如图 4.17 所示。

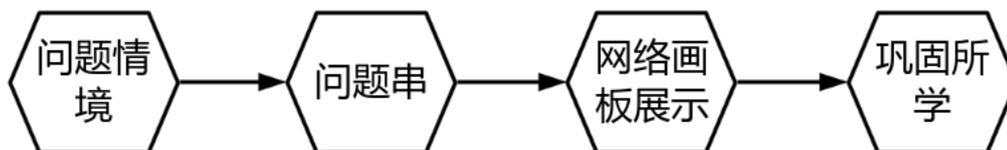


图 4.17 课程引入

在复习棱柱的定义时，教师在给学生展示大量的图片后，接着在网络画板的 3D 绘图区绘制了三棱柱，通过拖拽与旋转，动态展示三棱柱的各个角度，进一步巩固定义，为学生的空间想象素养的培养储存了图形知识。

在探究同底等高的棱锥与棱柱体积之间的关系时，通过学生的阅读、思考和观察，积极参与到课堂活动中来，接着通过教师应用网络画板的动态展示功能，进一步理解同底等高的棱柱与棱锥之间的体积关系，使其空间想象能力进一步提升，同时也增强了学生的逻辑推理能力与观察分析能力，以此突破本节课的难点。

代数与几何是相互关联的，通过数与形的转化，可以实现多元表征。在探究任意柱体的体积时，教师利用网络画板设置相关动画，在平移的过程中，实时记录相应的棱柱体积，让学生观察体积之间的关系，帮助学生理解。

案例二分析：

案例二为《多面体与球》，是应用网络画板讲解立体几何习题课。直观感知是立体几何教学中的第一步，操作确认帮助学生从不同角度来认识，通过推理论证以及后面的度量计算，帮助学生建立准确的空间观念。

立体几何初步是学生初次系统学习三维立体图形，所以应当充分利用学生现实生活的现实空间感知，来展开知识体系。通过分析简单案例，从具体到抽象，让学生总结发现规律，让学生在简单的问题中总结出解决此类问题的一般方法。如解决正方体内切球问题时，正方体的棱长已知，如何求其内切球的半径。分为三步，文字描述，何为正方体的内切球，让学生在脑海中想象——让学生将正方体想象成一

个玻璃制作成的容器，然后内部放置一个逐渐变大的气球，直到气球与正方体的面相切；第二步是用正方体的内切球的实物模型展示；第三步教师应用网络画板，动态地将正方体内切球模型给学生展示，在此阶段应用多种教学手段，结合了多种教学媒体，如图 4.18 所示。在课程讲解中，始终把握以立体图形平面化为核心，以数形结合为手段。同理，正方体的棱切球、外接球，以及长方体和棱锥的外接球问题都是按照三个步骤进行，利用网络画板的强大功能，动态展示各种几何体。经过这三个步骤，让学生经历知识的生成过程，而不是停留在一知半解的层面上。

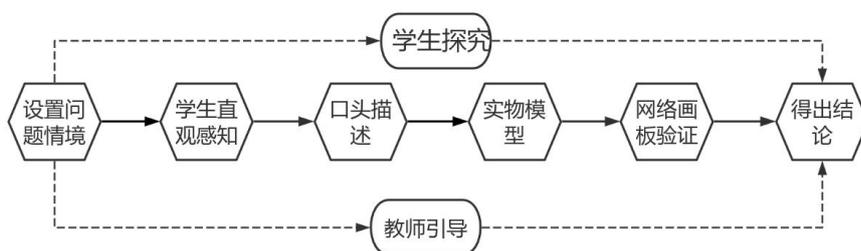


图 4.18 教学流程

在学生理解和掌握了正方体和长方体外接球后，引导学生将一些具有特殊结构的几何体转化为正方体或长方体，如“对棱相等”的三棱锥可以转化到长方体中，实现几何图形的模型化。

接着通过设置思考题——长方体与正方体都有外接球，那么是不是任意棱柱都存在外接球？学生思考后，教师引导加画板展示，让学生深刻理解寻找几何体外接球的本质，是确定空间中一点，使其到几何体顶点距离相等。从无图想图，到画板验证，深化学生理解，进一步发展其直观想象的核心素养。最后学了本节课内容后，将正三棱柱的外接球留作课后作业，巩固本节内容。

以上两个案例都结合前文所提出的教学策略，教学活动大致按照其开展，但是并不是所有的课程都严格遵循，根据不同的课程类型，恰当地选择教学策略。



5 实践结果及分析

5.1 学生后测结果分析

将学生的后测结果从三个水平进行分析，比较两个班的各水平的差异，得出直观想象素养水平有无差距。

5.1.1 知识理解水平结果的差异性分析

表 5.1 测试题 5 题分析

	0 分	5 分	Z	p
A 班	8 (13.60%)	51 (86.40%)	-1.667	0.096
B 班	15 (25.90%)	43 (74.10%)		

第 5 题为选择题，将两个班的得分情况进行比较，从表 5.1 可以发现，A 班和 B 班分别有 86.40%和 74.20%的学生得分为 5 分，表明异面直线所成的角大部分学生都掌握，A 班比 B 班稍好。进行独立样本的非参数检验，p 值为 0.096，大于 0.05，说明两个班的成绩无明显差异。5 题以四棱锥为背景，考查基本图形与基本定理。解题的关键是将直线成功平移，将异面直线变成相交直线。这要求学生熟练掌握异面直线所成的角，且掌握直线平移的方法。A 班稍好于 B 班，这说明网络画板能让学生对几何体的空间构造更熟悉，对基本图形的掌握更加牢固，对基本定理的理解更加透彻。学生通过平时的学习，利用网络画板熟悉多种几何体的空间结构。

表 5.2 测试题 9 题分析

	0 分	2 分	5 分	Z	p
A 班	10 (16.90%)	3 (5.10%)	46 (78.00%)	-1.852	0.064
B 班	17 (29.3%)	5 (8.60%)	36 (62.10%)		

第 9 题为多选题，满分为 5 分，部分选对得 2 分。比较两个班得分情况，从表 5.2 看出，A 班得满分的比例较高，得 0 分比例较低。对 9 题进行非参数检验，p 值为 0.064，大于 0.05，说明两个班的成绩无较大差异。本题考查线面平行相关内容，要求学生理解线面平行的判定定理，理解线面平行判定定理成立的条件，也属于基本定理的考查。结果显示，A 班和 B 班无较大差异。总体来看，第 9 题掌握不好，除多选题有漏答的情况外，关于基本概念的掌握需进一步关注。



综合以上两题，从每道题的得分情况来看，A 班都稍好于 B 班，但无较大差异，可以认为在知识理解水平上，两个班水平相当。

5.1.2 知识迁移水平结果的差异性分析

表 5.3 测试题 6 题分析

	0 分	5 分	Z	p
A 班	6 (10.20%)	53 (89.80%)	-1.998	0.046
B 班	14 (24.10%)	44 (74.10%)		

第 6 题考查三棱锥的外接球，属于三棱锥与球组合体的考查，为水平二。由于题目中有一条棱垂直于底面，所以可以将三棱锥补成三棱柱，该三棱柱的外接球与三棱锥的外接球是同一个外接球，考查学生对问题的转化能力。从作答情况来看，两个班作答都比较好，从表 5.3 看出，A 班只有 6 个学生由于各种原因没有掌握，而 B 班有 14 个学生，对 6 题进行非参数检验，p 值为 0.046，小于 0.05，说明两个班在 6 题得分上有较大差距，实验班学生在与球相关的组合体问题上理较好。

第 17 题为解答题，得分为连续值，由 SPSS 得出两个班的正态 P-P 图如图 5.1 所示。从图中可以看出，两个班的 17 题得分近似服从正态分布。

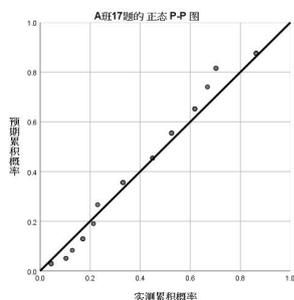


图 5.1 (1) A 班

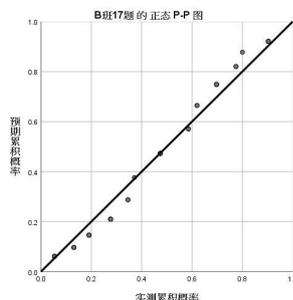


图 5.1 (2) B 班

图 5.1 两个班 17 题正态 P-P 图

将两个班的成绩进行对比，根据独立样本 t 检验结果，如表 5.4 所示。A 班平均分为 7.46，B 班为 6.28，相差 1.18，p 值为 0.001，小于 0.05，可以认为两个班的均值不等。

表 5.4 测试题 17 题分析

班级	平均值±标准差
A 班(n=59)	7.46±3.941



B 班(n=58)	6.28±4.060
t	1.598
p	0.001

17 题第一问是求表面积，第二问是求体积。翻看学生答题纸，除个别学生外，基本第一问都得到了满分，说明两个班的差距主要在第二问。A 班学生在第二问解法更加全面，说明在网络画板的辅助下，对于几何体的问题学生能得到较好地掌握。

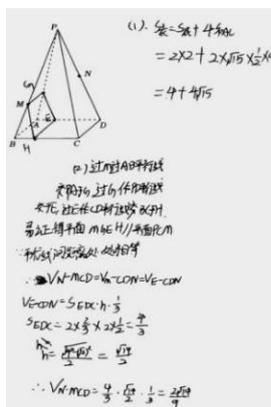


图 5.2 学生 17 题解法一

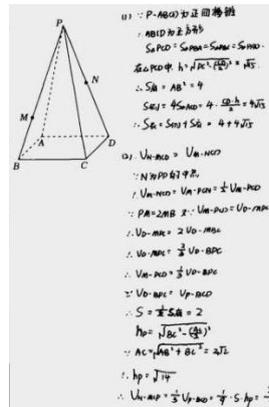


图 5.3 学生 17 题解法二

如图 5.2 中，该生灵活掌握面面平行的性质，以及作已知平面平行平面的方法。通过作平行平面，学生将点 M 平移到底面 $ABCD$ 内，通过等体积法变换三棱锥的底面和高，进而将其转化为底面积与高都可求的三棱锥，熟练应用定理。图 5.3 中，该生由题中所给线段比例，变换所求三棱锥底面，得出所求三棱锥与四面体体积间的比例关系。熟练应用比例变换的方法，求解出棱锥的体积。

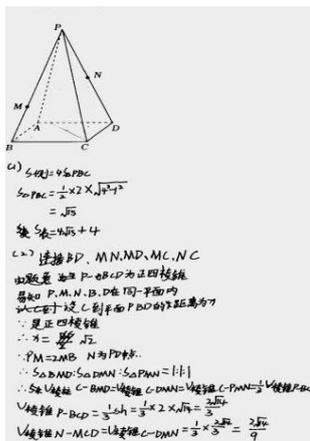


图 5.4 学生 17 题解法三

如图 5.4 中，该生通过变换底面，进行条件的转化，不仅掌握棱锥的体积公式，

还能在各种比例关系中，提取出有用信息。学生将 $\triangle MND$ 作为三棱锥的底面，将 C 到 $\triangle MND$ 的距离当成三棱锥的高，此时高已知，分析底面积即可。

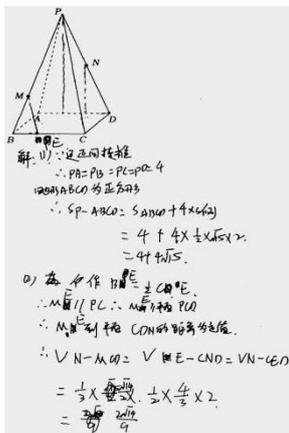


图 5.5 学生 17 题解法四

如图 5.5，通过作平行线，将点 M 转移到底面 $ABCD$ 内，三棱锥的底面积与题中正四棱锥的底面积比例确定，高也确定，其解法与解法一本质相同。

结合水平二中两题的作答具体结果和统计数据，可以看出相比对照班，实验班的学生作答情况较为良好，在水平二的表现要优于对照班。

5.1.3 知识创新水平结果的差异性分析

表 5.5 测试题 11 题分析

	0 分	2 分	5 分	Z	p
A 班	0 (0.00%)	38 (64.40%)	21 (35.60%)	-1.506	0.132
B 班	5 (8.6%)	37 (63.80%)	16 (27.60%)		

11 题为多选题，考查内容较为综合，除平行与垂直的判定外，还有立体几何中的动态问题，属于水平三。从作答结果来看，如表 5.5 所示，学生整体作答情况不理想，A 班共 59 人，其中 21 人得 5 分，38 人得 2 分，35.60% 的学生能完全掌握这一题；B 班有 16 人满分，37 人得 2 分，另有 5 人得 0 分，27.60% 的学生完全掌握，排除客观因素外，仍有 9% 的学生未掌握。本题得分进行非参数秩和检验， p 值为 0.132，大于 0.05，说明两个班的得分无明显差异。

16 题考查立体几何新定义，其本质是立体几何中较为复杂的组合体问题，其不仅涉及新定义的理解，还有与最值有关问题的处理，题目较为综合，属于水平三考查内容。作答结果如表 5.6，A 班与 B 班各分数段人数比例接近，差距不大，秩和



检验 p 值为 0.790，大于 0.05，进一步说明两个班在 14 题得分上无明显差距。综合两个班情况来看，此题作答情况均不理想，说明学生对于新情境中的立体几何综合问题，处理不佳，在后续教学中应加强这方面的训练，提高学生从综合情境中提取有用信息的能力。

表 5.6 测试题 16 题分析

	0 分	5 分	Z	p
A 班	14 (23.70%)	45 (76.30%)	-0.266	0.790
B 班	15 (25.90%)	43 (74.10%)		

22 题为立体几何解答题，学生得分为连续值，根据 SPSS26.0 绘制两个班的 P-P 图，结果如图 5.6 所示，可以认为近似服从正态分布。

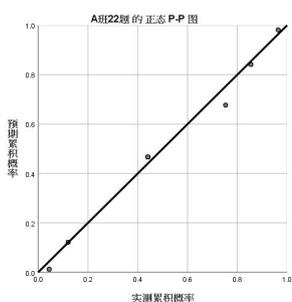


图 5.6 (1) A 班

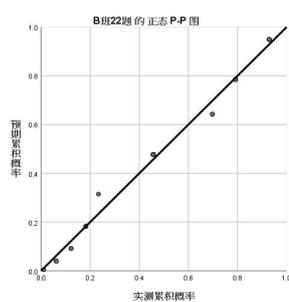


图 5.6 (2) B 班

图 5.6 两个班 22 题得分 P-P 图

比较两个班作答情况，如表 5.7 所示。A 班和 B 班平均分分别为 8.15 和 8.14，只差 0.01 分，较为接近；独立样本 t 检验结果显示， p 值为 0.970，大于 0.05，说明两个班差距不大。22 题为立体几何中较为综合的解答题，三问分别为面面垂直的判定、求体积、求二面角，由于所考查内容较为综合，属于水平三。

表 5.7 两个班 22 题分析

班级	平均值±标准差
A 班(n=59)	8.15±1.846
B 班(n=58)	8.14±2.358
t	0.037
p	0.970

水平三中各个题的作答情况，A 班都稍好于 B 班，但从统计的结果来看，在水



平三上，两个班的程度较为接近，无明显差距。

5.1.4 后测成绩小结

综合分析学生的后测成绩数据，根据其每个问题的作答情况，可以得到下面的结论：

1.知识理解水平。在内容上，立体几何知识涵盖空间中点、线、面的位置关系，及几何体的表面积体积等，内容较为抽象，要求学生掌握多种表征方法，既有文字语言，又包含符号语言和图形语言。这些基础知识的掌握是学生学好立体几何的基础。根据后测数据，A班学生水平一的表现稍好于B班，说明应用网络画板对于学生基础知识的掌握——基本概念的理解、基本定理的应用等方面有很好的帮助。

2.知识迁移水平。在立体几何中，知识迁移水平要求学生灵活基本图形的性质，会处理组合图形相关问题。在知识迁移水平上，学生基础知识应熟练应用，通过分析学生后测的具体答题情况，能够发现A班作答情况较好，统计数据表明，在此水平上有显著差距。

3.知识创新水平。立体几何教学是发展学生直观想象素养的关键阶段，化三维的立体图形为二维的平面图形，使得学生学习难度降低。后测结果表明，A班学生在知识创新水平表现稍好于B班，对于新定义问题，立体几何综合问题，学生的掌握情况更好，对图形的认识也更加深入。

4.网络画板的合理使用。课堂是学生学习数学知识的主要场地，也是发展核心素养的重要场地，因此，教师应当精心备课，深入研究教材与学生特点，把握数学知识的脉络，在立体几何的教学中，合理使用网络画板等数学软件。应用网络画板可以让学生的主动性增强，课堂气氛更活跃，但是盲目应用网络画板，否则就与教学目标背道而驰。与应用信息技术相比，传统的教学手段更加简便易行，且对于该让学生作图的时候，教师应当给学生时间，锻炼其作图能力，避免长时间依赖数学软件，出现下课不会作图的情况。

5.2 学生访谈

5.2.1 学生访谈的目的

直接根据学生的前后测成绩分析对比，能得出直观想象素养的差异及变化。但是其结果的可靠性有可能不很准确。比如测试卷的编制，是否一定科学合理，学生数学成绩是否一定能反映其直观想象素养水平，因此为了得到更准确的结果，需要



对学生进行访谈。

5.2.2 学生访谈的对象

针对学生访谈的目的，考虑到学生成绩、性别等因素可能会影响学生的直观想象素养，而实验班的男女性别比例接近一比一。因此在学生访谈中，按照分层抽样的方法，随机抽取了 A 班的男生女生各 3 名，具体情况如表 5.8 所示：

表 5.8 访谈学生的具体情况

称谓	前测排名	后测排名
女生 1	57	55
女生 2	20	33
女生 3	7	2
男生 1	48	50
男生 2	26	20
男生 3	3	5

5.2.3 学生访谈结果

大部分学生认为立体几何初步难度较大。问题 1 是关于学生对立体几何知识的难度评价，访谈中学生大都表达出其对立体几何知识的畏难情绪。女生 1 说：“三角函数已经很难了，没想到立体几何更难，我觉得高中数学我还没有入门。”女生 2 说：“立体几何中有很多定理和推论，我认为自己已经将这些定理都在理解的基础上背过了，但是在做题的时候，有时候还是不知道怎么用。比如线面平行的证明，我知道可以通过线线平行来证，但有时候找不到平面内与已知直线平行的线。”女生 3 说：“立体几何知识需要空间想象能力，初学时觉得很复杂，但是经过后面的学习，我认为只要努力，我们可以学好这一模块。”

网络画板在立体几何教学中的辅助作用效果较好，能提升学生的直观想象素养。问题 2 是学生关于网络画板在立体几何教学中应用，是否有助于其立体几何的学习。结果显示，网络画板可以绘制图形并给学生展示，其直观的几何表象有助于发展学生的空间想象能力。男生 1 说：“在课堂上应用网络画板，上课更加有趣，更容易集中注意力。网络画板绘制的图形比板书更精美，并且对几何体的旋转、翻折等让我对相应几何体的认识更加准确，更容易想象出其几何特征。”男生 2 说：“网络画板更具趣味性，在课堂上的各种动画让立体几何的学习难度更低，比如老师在课堂上展示的几何体的截面问题，我一开始想的时候总想象不出来，但网络画



板多方位的动态展示，让我可以将立体图形平面化，将三维的立体图形转化为二维的平面图形，降维的思想让立体几何的学习变得更加简单。”男生3说：“在学习椎体体积公式时，老师展示了其动态的切割过程，后面在做涉及几何体体积的问题时，我总有意识地进行分割，有的时候比答案上的方法更简单。”

应用网络画板使课堂教学效果较好，但各种教学手段应当合理分配时间。问题3是学生关于网络画板应用在立体几何教学中的作用，以及更倾向于教师应用什么方法进行立体几何的教学。结果显示，网络画板辅助下，立体几何的学习更加简单，其直观的动态展示功能将抽象的问题形象化。但是也不能忽视其他教学手段，比如教学实物和教学模型。女生2说：“我认为应用网络画板的目的是使立体几何的教学更加方便，但是不能在教学的每个环节都用网络画板。而且除了网络画板，其他的一些教学手段，如教学实物和教学模型，也会帮助我们理解，增强直观想象素养。所以，希望在教学中合理分配各种教学手段呈现的时间，使得教学效果最优。”男生3说：“我认为网络画板在立体几何中应用对我的帮助非常大，我希望老师后面还可以用网络画板去呈现一些抽象的知识，化难为易。”女生3说：“我认为不同的知识点适用于不同的呈现方式，有的比较简单，不需展示我们就能理解，有的需要结合网络画板、实物模型等多种手段，所以不能说网络画板好或不好，要结合其应用的情景来看。”

总结以上访谈结果，可以从质性的角度去分析网络画板在立体几何教学中应用，有助于提高学生的直观想象素养，教师在立体几何教学中，合理地选择每种教学手段呈现的时间，以达到最佳的教学效果。



6 总结与反思

6.1 研究总结

通过学生问卷调查、前后测数据以及教师访谈与学生访谈，分析统计结果，得到以下结论：

1. 直观想象素养在日常教学中的落实还有待加强。通过问卷调查，只有接近三分之一的学生了解直观想象素养，约 7% 的学生认为自己直观想象素养表现较好。而教师访谈的结果显示，由于教师自身素养及教学进度等各种因素的限制，教师在日常教学中渗透直观想象素养不够。

2. 在立体几何教学中基于网络画板发展高一学生直观想象素养有效。结合学生访谈和后测数据分析，A 班后测在成绩好于 B 班，两个班在经历了一个月的对比实验后，成绩有了明显的区分，A 班学生反馈也比较好。就后测数据分析，结果显示虽然在水平一和水平三上，两个班的无明显差别，但在水平二上，A 班和 B 班有显著差异。

3. 网络画板的合理使用。网络画板在立体几何教学中是有力的工具，多数学生认为在数学课堂上应用网络画板进行教学会使学习效果更佳，对于提升对数学的兴趣有很大帮助，但并不意味着在教学时摒弃传统教学手段。通过教师访谈和学生访谈，不难发现在实际教学中传统教学手段的诸多优点，如效率高且成本低，而过度依赖网络画板等软件可能会出现学生下课不会作图等情况。因此在教学时，应当坚持二者相结合。

6.2 教学建议

结合前后测数据以及教师、学生访谈，根据教学中学生反馈情况，在网络画板辅助立体几何教学中，现提出以下教学建议，以培养学生的直观想象素养。

6.2.1 课前深入挖掘教材，用好画板资源

教师应当学习课程标准，深入挖掘教材内容，根据知识特点，选择适当的内容用网络画板展示。哪些内容适合，哪些内容不适合，教师应当在备课过程中有清晰地认知，找到网络画板与数学教学的结合点。对于立体几何模块，有些较难板书展示的，教师可以通过网络画板作图，比如，几何体的外接球、内切球问题，教师可



以应用网络画板强大的 3D 功能去展示。再比如，对于立体几何中截面问题、展开图问题等，可以应用网络画板动态展示。

网络画板有海量的资源库，既有做好的素材，也有成套的课件。教师在备课环节，可以登录网络画板官网，寻找适合本节课的资源。对于需要自己制作的课件，教师也可以在网络画板教培中心，学习如何制作网络画板素材，这样在备课环节就能做到有的放矢，胸有成竹。另外，网络画板官网有“区域空间”“学校空间”和“团队空间”，教师可以去相应空间，实现资源共享，让备课更加便捷、高效，切实减轻教学负担。

6.2.2 课中重视各个环节，进行直观教学

立体几何是发展学生直观想象素养的重要阶段，教师应当重视教学的各个环节。在课程开始时，有效的课堂导入是必不可少的环节。教师可以通过展示生活中的一些实例，这些实物直观，让学生观察生活，引发学生感受数学与生活的关系，发现概念来源。比如在立体几何第一节授课时，教师可以展示生活中的立体几何，如羽毛球、油桶等，再由生活中的情景抽象出数学知识。相对于文字来说，图片更加直观，更加能吸引学生的兴趣，这将为后续内容的展开做好铺垫。

教师应把握内容的逻辑结构，重视网络画板中图像的直观性在教学中的作用。由于网络画板的动态性与直观性，它必将会给教学带来裨益，比如在研究几何体的截面问题中，教师可以应用网络画板，制作相应的素材，在课堂上，可以将其拖拽、旋转，让学生全方位、多角度观察，让立体几何的教学更直观。但是并不是所有的教学内容都适用于网络画板，教师应当把控每种教学手段呈现的时间，以达到最佳的教学效果。

教师在讲授立体几何时，应该让学生充分发挥空间想象能力。要提升高一学生的直观想象素养，要给学生“想象”的时间。题海战术不仅增加了学生负担，也使得教学举步维艰，因此在立体几何教学时，不能是简单地背记定理然后大量练习，而要让学生真正理解，亲身经历直观想象素养的发展过程。直观想象素养的教学应当使得内隐的素养在外显的教学手段和教学策略下得以实现，有了网络画板，图形的展示更加直观，但盲目应用软件会取得相反的教学效果。应用软件的目的是提升学生成绩，提升学生的直观想象素养，应该给学生想象的时间，在“直观”到“想象”搭建桥梁。



6.2.3 课后应用网络画板补充学习

对于课后习题的布置，教师可以用网络画板编制题目，在网络画板的 3D 绘图区，绘制相应的立体图形，以满足作业的需求。同时，教师可以将网络画板推荐给学生，以供在课后使用，对于需要课后补充的知识，教师在制作相应的内容后可以将其链接分享给学生，供学生自主学习。如果条件允许，学生自学网络画板后，教师可以留一些思考题，让学生利用网络画板进行探索，自主学习，提高学习效率，提升学生学习的积极性。

6.3 研究不足与展望

6.3.1 研究不足

由于各种条件的限制，本研究还有一些不足。

首先，本研究是基于笔者所教授的两个班级，进行对照实验。笔者所教的班级选科组合为物理化学生物，并且为高一年级，虽然有一定的代表性，但所得实验结果能否进行推广，推广到另外的选科组合、其他年级，还有存疑。并且，尽管已经尽可能减少无关变量，但还是有一些其他因素的影响，比如学生的构成、教师的内心期待值等等，因此本研究具有一定的局限性。

其次，在应用网络画板进行立体几何教学中，本研究所确定的教学策略是基于文献研究和学生调查及学生前测结果，可能考虑的因素还不够全面，制定的教学策略还有待完善。

最后，学生的数学核心素养的培养，不是一蹴而就的，是一个螺旋上升的趋势。由于各种因素的限制，本研究只持续了一个月，时间不够长，可能学生的直观想象素养还没有体现出来。并且，数学成绩只能部分反映学生的直观想象素养水平，其更精确的结果，还需要进一步研究。

6.3.2 研究展望

由于以上研究不足，今后还可以从以下方面展开研究：

研究范围扩大。可以将本研究的样本扩大到其他选科组合，尤其是历史科目的组合；推广到高二高三年级，分析比较不同年级的学生，基于网络画板发展其直观想象素养是否有所区别；还可以分析最终结果是否与性别相关。

本研究是以立体几何为例，研究网络画板辅助下的教学，是否有助于提升高一学生的直观想象素养。那么其他教学内容，也可以应用网络画板进行，比如可以就



三角函数、平面向量、圆锥曲线等进行研究。

高中数学六大核心素养是息息相关的，在研究直观想象素养的同时，需要思考，其他数学素养是否会对此产生影响，今后可以从这些方面来展开研究。



参考文献

- [1] 韦英炜. 新课标理念下高中生数学素养培养策略[J]. 中学教学参考, 2019(8): 3-3.
- [2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订)[S]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [3] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(实验稿)[S]. 北京: 人民教育出版社, 2003.
- [4] 姜宁. 信息技术 2.0 背景下高中数学课程整合模式研究[J]. 数学教学通讯, 2024, (03): 45-46.
- [5] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准[S]. 北京师范大学出版社, 2011.
- [6] 孔凡哲, 史宁中. 关于几何直观的含义与表现形式——对《义务教育数学课程标准(2011年版)》的一点认识[J]. 课程·教材·教法, 2012, 32(07): 92-97.
- [7] 十三院校协编. 中学数学教材教法总论[M]. 北京: 人民教育出版社, 1980.
- [8] 邵光华. 论空间想象能力及几何教学[J]. 课程·教材·教法, 1996(7): 32-36.
- [9] 梁宝同, 张丽. 浅谈高三一轮复习走出“困境”的几个抓手[J]. 数学通讯, 2020(10): 42-45.
- [10] 王震, 刘国祥. 提升学生直观想象素养的向量教学[J]. 数学通报, 2024, 63(01): 24-27.
- [11] 喻平. 核心素养指向的数学教学目标设计[J]. 数学通报, 2021, 60(11): 1-5.
- [12] 郑雪静, 柯跃海, 陈清华. 直观想象素养的考查研究[J]. 数学通报, 2023, 62(12): 46-50.
- [13] 陆娟. 基于“直观想象素养”发展的数学——以“直线与平面垂直”为例[J]. 数学教学通讯, 2024, (03): 37-39.
- [14] 王肖楠, 魏扬. 信息技术辅助下数学直观想象素养的培养[J]. 中学数学, 2022, (15): 96-97.
- [15] 张濡川, 郑秀. 如何在数学解题教学中培养高中生几何直观与想象素养[J]. 数学学习与研究, 2017(22): 18-18.
- [16] 许晓天. 高中数学核心素养的培养——从一节公开课谈培养学生“直观想象”素养的教学[J]. 中学数学, 2018(05): 40-43.
- [17] 董林伟, 喻平. 基于学业水平质量监测的初中生数学核心素养发展状况调查[J].



- 数学教育学报, 2017(01): 7-13.
- [18] 郑雪静, 陈清华, 王长平等. 高中生直观想象素养的测量与评价研究[J]. 数学教育学报, 2020, 29(04): 7-12.
- [19] 周彦祖. 高中生直观想象素养的现状调查及教学建议[J]. 中学数学, 2018, (19): 32-43.
- [20] 于川, 朱小岩, 邬楠等. 高中生数学学科核心素养水平调查及分析[J]. 数学教育学报, 2018, 27(02): 59-64.
- [21] 沈晓凯. 直观想象素养现状测评研究[D]. 华中师范大学, 2018.
- [22] Sugi Hartono. Effectiveness of Geometer's Sketchpad Learning in Two-Dimensional Shapes[J]. Mathematics Teaching-Research Journal online, 2020, 12(3).
- [23] An Empirical Evidence of Geometers' Sketchpad Acceptance[J]. International Journal of Engineering and Advanced Technology, 2019, 9(1).
- [24] Students' views towards using the dynamic software Geometer's Sketchpad in middle school mathematics classrooms[J]. Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 2019, (1).
- [25] 胡钦太. 回顾与展望: 中国教育信息化发展的历程与未来[J]. 电化教育研究, 2019, 40(12): 5-13.
- [26] 樊甜甜. 智慧环境下“网络画板”在初中数学教学的设计与实践研究[D]. 宁夏大学, 2022.
- [27] 唐浩松. 义务教育阶段数学教师网络画板应用能力研究[D]. 华中师范大学, 2023.
- [28] 张华, 陶涛. “双减”背景下基于网络画板的初中数学高效课堂教学策略探究[J]. 教育科学论坛, 2023, (19): 57-59.
- [29] 赵海清, 张传军, 侯先融等. 网络画板与数学课程教学深度融合探析[J]. 贵州师范学院学报, 2023, 39(06): 79-84.
- [30] 张景中, 陈如仙, 陆兴华等. “互联网+”数学教师TPACK能力培养模式研究——以武侯区初中数学教师网络画板培训为例[J]. 数学教育学报, 2022, 31(5): 1-8.
- [31] 方海光, 洪心, 孔新梅等. 基于课堂交互行为数据的教学教研融合研究——以网络画板和iFIAS的数学教学教研应用为例[J]. 中国电化教育, 2022, (05): 115-121.
- [32] 张景中, 李兴贵, 陆兴华. 互联网+动态教学——网络画板推进数学教学变革



- [M]. 湖南教育出版社, 2019:1-15.
- [33] 徐素霞, 徐丽芬. 数学教学好帮手——Z+Z智能教育平台之超级画板[J]. 现代教育技术, 2006(05): 65-69.
- [34] 徐章韬. “Z+Z”智能教育平台:实施变异理论的一个抓手[J]. 数学教育学报, 2012, 21(04):28-31).
- [35] 徐章韬. 超级画板:获取数学基本活动经验的优秀认知平台[J]. 数学教育学报, 2011, 20(03): 97-99.
- [36] 陆兴华, 李兴贵, 尧刚等.互联网+动态数学:网络画板推进数学教学改革[M]. 湖南: 湖南教育出版社, 2018.
- [37] 艾森克, 基恩. 认知心理学. 高定国等译.[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2002: 361-368.
- [38] 唐剑岚. 数学多元表征学习及教学[M]. 南京: 南京师范大学出版社, 2009: 47-53.
- [39] 张楚廷. 数学文化[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.
- [40] 张奠宙, 张荫南. 新概念: 用问题驱动的数学教学[J]. 高等数学研究, 2004, (03): 8-10.
- [41] 曹一鸣. 数学教学论. 教师专业化的理论与实践[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008: 64-64.
- [42] 曹才翰, 章建跃. 数学教育心理学[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2006: 65-70.
- [43] 涂荣豹. 数学建构主义学习的实质及其主要特征[J]. 数学教育学报, 1999(04): 16-19.
- [44] 马云鹏, 孔凡哲, 张春莉. 数学教育测量与评价[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2009.
- [45] 喻平. 数学核心素养评价的一个框架[J]. 数学教育学报, 2017, 26 (02): 19-23.



附 录 一

基于网络画板培养直观想象素养的访谈提纲

- 1.您对直观想象素养了解多少？
- 2.您认为学生的直观想象素养水平如何？
- 3.您是否会在数学课堂上应用信息技术教学？为什么？
- 4.在“立体几何初步”教学中，您愿意数学软件如网络画板培养学生的直观想象素养吗？为什么？



附录二

学生访谈提纲

- 1.学完立体几何初步后，你认为这部分知识难度如何？
- 2.在立体几何初步中应用网络画板教学，对你的学习有帮助吗？
- 3.两种教学方式，一为应用网络画板辅助教学，二为传统的教学方式，你认为哪种更有助于理解立体几何知识，同时提升直观想象水平？如果让你选择，你更倾向于选择哪一种？



附录三

高一学生直观想象素养现状调查问卷

亲爱的同学，你好！

这是一项关于高一学生直观想象素养现状的调查研究，问卷采用匿名回答的方式。每题得分为 1-5 分，具体为：非常符合（5 分）、比较符合（4 分）、不确定（3 分）、比较不符合（2 分）、非常不符合（1 分），请根据真实情况将分数填在对应表格，谢谢配合！

题目	分数
1、我认为数学是非常有趣的，我对数学非常感兴趣。	
2、相比于文字和数学符号，我认为图形更加直观。	
3、我在解决数学问题时，经常会把数学语言转化为图形语言。	
4、我认为在解题过程中画出图形，会更容易理解数学问题。	
5、我对直观想象素养的含义理解非常透彻。	
6、直观想象素养是指利用几何直观和空间想象感知事物的形态和变化的素养。我认为自己的直观想象素养水平较高。	
7、我想提高直观想象素养水平。	
8、在数学教学中，我的老师会训练我们使用数形结合的方法解决数学问题。	
9、我的老师经常在数学课堂上使用多媒体等信息技术展示，帮助理解问题。	
10、我支持数学课堂与信息技术融合。	
11、我认为老师在课堂上使用信息技术有助于我对数学知识的理解，提高学习效率。	
12、我具备建立数与形联系的能力。	
13、我具备利用几何图形描述问题的能力。	



14、我具备借助几何直观理解问题的能力。	
15、我具备在数学情境中，通过想象探索图形运动规律的能力。	