

在美国推动教育数学(下)

文 | 童增祥

第一次讲教育数学

2008至2009年间,我系回顾评估并调整数学的专业设置。我提议把数学教育的专业改名为教育数学,并增设教育数学硕士专业。我作了一个报告,介绍张院士关于教育数学的理念,论述了下列几点。

1.教育数学的概念是中国数学家张景中院士在上世纪80年代提出来的。教育数学是与教学有关,以教育为目的的数学,或如张院士所说,其任务是为了数学教育的需要,对数学成果进行再创造。

2.就内容和功能来看,全部数学可分为三大领域:纯粹数学、应用数学和教育数学。纯粹数学是数学的数学,旨在完善和深化数学内在的逻辑结构,探索和创造更新颖、更普适、更深刻、更重要的定理和结构。应用数学是天地宇宙人文社会的数学,旨在以数学的眼光理解客观世界,以数学的手段改造客观世界,也以客观世界为动力、为养料滋润数学、深化数学。教育数学是人的数学,传承的数学,旨在将数学成果概括、提炼、改造,将最基本、最核心、最重要的数学知识和技巧,以深入浅出、严谨而又生动活泼的形式表达出来,使别人,特别是年轻一代,学之易懂,懂而能用,用而后能创新。

3.这三大领域是互不相同,互相联系,互相渗透,互相促进的。自诞生之日起,数学就有这三大领域,数学家们就从事这三大领域里的探索和研究。在19世纪,数学家们意识到数学应分成纯粹数学和应用数学。在20世纪四五十年代,美国出现第一

个应用数学教授的称号。这种自觉的意识,从一个侧面反映了数学的蓬勃发展。张景中院士于1980年代提出教育数学的理念,获得中国数学家的赞同,前几年成立了中国教育数学学会,这种数学家群体的自觉意识又体现了数学的蓬勃发展。

4.教育数学与数学教育不同,它是数学教育中最核心、最重要的内容。教育数学是数学,又是一门边缘科学,与教育学、心理学有着密切的联系。美国现行的数学教育专业有很大的弊病。它基本上是普通教育学和普通数学的机械混合体。学生学的数学不与他们未来要教授的数学有紧密深刻的联系,他们学的教育学更是泛泛而谈,不论及数学学习中的教育学。

5.我提议的教育数学硕士专业是以数学,特别是以学生对将来要教授的数学的深刻的、高层次的、现代化的认识和理解为重心。其教育理论既要有一般的通论,又特别需要有与学数学的过程密切相关的教育理论,需要研读数学家和数学教育工作者写的关于他们学数学、研究数学、理解数学的精妙言论和著作。在设置课程的时候,先想一想,我们心目中的优秀的高中数学教师是怎样的形象,他具备怎样的知识结构、怎样的人文素质。我们的课程设置就以造就这样的教师为指南。

成立教育数学硕士专业

系里大多数教授认为教育数学的观念新奇,确实言之成理,并同意成立教育数学硕士专业。中年教授杰夫史密斯(数学教育博士)挑起重担,愿任这个硕士专业的负责人。我们的课程是为造就

优秀的高中数学教师而设计的。其中心是从现代数学的观点和历史发展的观点认识初等数学的内容，熟悉各科内在的逻辑结构和各科之间的逻辑关系，善于解 AMC10, AMC11 和 AMC12(美国高中 12 年级数学竞赛)题目，力求能解 AIME (American Invitational Mathematics Examination, 美国高中数学邀请赛)甚至 USAMO(United States of America Mathematics Olympiad, 美国数学奥林匹克竞赛)的部分题目，以及具备教育数学的研究能力。经过几年的努力，我们的建议经过校研究生院、校参议院、校长、校董事会的评审支持，又经过了州教育部和高校学术评审委员会的最后批准。州评审委员会认为这是近十年来最富有创意的研究生专业。2012 年秋和 2013 年春，首期研究生班开学，有 8 位学员，都是高中或社区大学的现职数学教师。我任教两门数学课：高等欧几里得几何和概率论。现在，我们的教育数学硕士专业已有 21 位学员。

教育数学约翰佩顿讲座教授

有一位校友捐赠了一笔钱，与校长商定，用以支持教育数学硕士专业，设立一个教育数学讲座教授的荣衔，以领导这个专业。2011 年，教务长和系主任找我商谈，属意授予我这个荣衔。我当即谢绝，说我老而有病，年近退休，而且已辞去系主任职务，自知不喜也不谙行政事务，只愿思考数学，推动教育数学的研究。于是，学校发出广告，在全国征选讲座教授。应聘者虽多，真正优秀者，特别是既有深厚的数学功底，又有数学教育方面的独特见解，还有教育数学或近于教育数学思想的优秀人才，两年搜寻，竟无一人！2013 年春，在系务会议上，教务长到会，突然宣布，经与系内教授们讨论，校长批准，决定授予我约翰佩顿讲座教授荣衔。我又羞赧，又感动。羞赧，是中华文化在我内心的沉淀，我们低调、谦逊，无功不受禄，功也不喜奖。司马光在《训俭示康》中说，“吾性不喜华靡，自为乳儿，长者加以金银华美之服，辄羞赧弃去之。二十忝科名，闻喜宴独不戴花。同年曰：‘君赐不可

违也。’乃簪一花”。感动，是我从来不搞关系，不走邪路，而且早已婉言谢绝，系里的同事和学校领导却依然授予我一个教授在大学里能获得的最高荣誉称号，可见人性总是向善，社会终究公道。

在美国数学学会东部分会上推动教育数学

今年 3 月底，我去巴尔的摩，在美国数学学会东部分会的年会上，作了一个 30 分钟的报告，题为“推动教育数学的研究”(Promoting Research in Educational Mathematics)。我原计划讲三点，但因为时间不够，只概述了两点：什么是教育数学(What Is Educational Mathematics) 和为什么我们迫切需要教育数学 (Why It Is Important and Imperative to Promote Research in Educational Mathematics)。第三点“怎样开展教育数学的研究”(How to do Research in Educational Mathematics)无法论及。

我以张院士的照片开场，介绍他的简历，介绍他在动力系统和几何定理机器可读性证明中的成就，特别介绍他何时提出教育数学的观念，以及在教育数学方面的主要研究工作。在谈及什么是教育数学时，我主要论述了四点：一是定义，教育数学是与教学有关，以教育为目的的数学，其任务是为了数学教育的需要，对数学成果进行再创造。二是全部数学可分为三大领域：纯粹数学、应用数学和教育数学。三是三大领域之间的关系。这三大领域是互不相同，互相联系，互相渗透，互相促进的。多数数学家不重视为教育的数学。所以，我特别以范德瓦尔登的代数学为例。我说，范氏的代数学是一部教科书，更是一部有新意的教科书，所以，它是教育数学的一个成果。范德瓦尔登的代数学成了布尔巴基年轻数学家们心中的理想典范。布尔巴基的发韧就是要写一部像范氏代数学而不是古沙的分析学那样的教材。这就是在我们所定义的教育数学领域里的工作。众所周知，布尔巴基的公理方法和结构理念造成了 20 世纪下半叶纯粹数学研究中的半壁江山。四是教育数学和数学教育的关系。教育数学不是数学教育，而应是数学教育事业中最关键、最核心、最重要的部分。教育数学

更不是现代的流行意义上的数学教育，现行的数学教育其主要部分已被理解为教学法的研究。

在谈及为什么教育数学的研究在今天特别重要和急迫时，我概要地论述了五点：一是对美国数学教育现状的评估，博士生教育 A，但不是十全十美，中小学教育 D，至多是 C-。这种 A 和 D 并存的现象，普天之下，唯美国所有。二是美国的有识之士，包括近 20 年来的总统，都意识到美国的中小学数学教育已在世界范围内沦为二流、三流，甚至陷入危机，也都想方设法扭转颓势，但都不着要点，都没开出对症的“药方”。三是回顾 100 年来美国中小学数学教育指导思想的论争和主流实践的演变，实在是成功者少、失败者多，正确者少、谬误者多。而且，就整体而言，可谓是百年折腾，百年战争。四是分析各派的理论，包括近 20 年的改革派和传统派之争，其根本谬误都是缺少教育数学的理念和意识。树立了教育数学的观点，就容易看出百年战争的荒唐，就容易理解为什么美国的中小学数学教育会落后于世界，特别是亚洲各国。五是树立教育数学的理念，推广教育数学的研究，鼓励数学家、数学教授和数学教师思考并研究教育数学，可以真正有效地提高美国数学教育的质量，是美国的数学教育走向辉煌的唯一途径。

与一位美国数学家的简短谈话

作完报告之后，有几位与会者兴犹未减，与我继续交谈。下午 1 点多，我在主会厅听一位女数学家作的随机分析和几何函数不等式的报告。报告结束后，两位参会者又来与我聊谈。一位听过我的报告，很感兴趣。另一位名叫史蒂文·魏斯特洛，是宾州一所大学的教授，也是美国数学学会的一名干部，没听过我的报告。他和我有一段有趣的对话。

W：什么是教育数学？

T：与教育有关，以教育为目的的数学。

W：能举例说明吗？

T：你出版过两本书，伽罗华理论，高等线性代数。是吗？

W：是。

T：书里有没有新的重要定理？

W：没有，或者说基本没有。

T：你为什么写这两本书？

W：我喜欢伽罗华理论，喜欢线性代数。我希望人人能学好它们。而且，我认为我找到了一种方式，可以把它们组织得更合理，证明更简单，更便于学习。

T：那就是教育数学方面的工作。任何人，只要试图简化一个定理的证明，或者给出一个定理的新证明，或者著书以新方式、新结构论述一个专题，他就在某种程度上从事着教育数学的研究。

W：hmm。（他显得有点兴趣，而且在思考）

T：你写那两本书所花掉的时间、精力和思考，比写两篇代数学论文还多吧？

W：那当然！

T：哪一种能为你赢得你的同事及同行更多的赞赏和尊敬呢？

W：（他停顿，思考了一下）还是论文更受人尊重。写书常被人看作不务正业。

T：这是一个问题。如果把纯粹数学家和应用数学家比作宙斯和奥林匹斯山上的其他诸神，那么教育数学家就是普鲁美修斯(Prometheus)。普鲁美修斯创造了人类，爱人类，送给人类智慧之火，却因此受到宙斯的歧视、仇视和惩罚。

W：很有趣。不过，许多教科书确实是粗制滥造。数学界以前有一种说法，写一部粗鄙的微积分教科书会毁坏千万个学生，却会造就一个百万富翁。

T：正因为如此，严肃的数学家应该关心教育数学，而且有很多方式关心教育数学。例如你写的伽罗华理论。你写的时候，一定有假想的读者在心里。你知道他的数学基础，了解他的数学能力和思维特点。你的书是为他而写的。你一定对伽罗华理论有一种独到的体会，有一种特别的组织铺垫进行构造论述。你相信，你论述伽罗华理论的方式一定能帮助你的读者学得更容易、更快、更好、更扎实、更深刻。你的著作伽罗华理论的内容未必人人能懂，人人能读，但是你在写作该书时的思维原则却有普遍的意义，体现了教育数学研究工作的一

种良好模式。你把你的思维及其哲学内涵抒写出来,将有助于教育数学的良性发展,有助于提高数学教育的质量。当然,研究教育数学方法众多,绝不仅限于此。

W:(微笑)你的说法确实有道理。

败而又未必失败的建议书——路漫漫其修远兮

当然,从认为教育数学确实有道理,到热情支持和从事教育数学的研究,可能有一段相当长的路程。美国数学学会和美国数学会每年1月上旬开一次联合大会。这是数学工作者的盛会,每次有四五千人与会。与会者不仅有美国的数学工作者,也有来自世界其他国家的数学工作者。为了推动教育数学,我写了一份建议书,建议在大会中设一个专题会议,题为“教育数学”(Educational Mathematics)或者“开展教育数学的研究”(Promoting Research in Educational Mathematics),希望找到一个国际平台,让世界各国的数学工作者听到张景中院士、林群院士、李尚志教授、张肇炽教授和在座的各位教育数学大德高士的声音。附上的是建议书原稿。美国数学学会的负责人都是纯粹数学家,比较保守,青睐这份建议书的概率很小。果不其然,魏斯特洛教授读到了建议书。他说,经过讨论,因为申请要设的专题会议实在太多,只好割爱。他又说,我可以以教育数学为题,投一组稿子,在数学教育的专题会议上或在Contributed Papers的会议上作报告。在一个会议上,有四五篇总题目为教育数学的论文报告,一定会引人注意的。这样,虽不是名义上,却是实际上的教育数学专题会议。我接受了他的建议,准备以教育数学为总题,在2015年1月AMS-MAA的联合年会上作四五篇报告。除了从哲学和教育上论述教育数学外,我还希望展示一些数学成果。

如蒙张院士允准,我将介绍他的新几何系统。初等数学的研究创新,其难度往往不亚于现代数学的研究。现代数学的研究是在青藏高原上跳高,初等数学的研究是在长江三角洲跳高。海拔的高低不同,跳高的难度则相当。我非常钦佩他对传统

几何的新的观点,新的处理方法。那绝对是大家的手笔。韩非子曾说,“画犬、马最难,画鬼魅最易。夫犬马,人所知也,且暮罄于前,不可类之,故难;鬼魅无形者,不罄于前,故易之也”。同样,创立初等数学的新理论是最难的。每一位数学家都懂得初等数学,都思考过、探究过、研究过初等数学,都会由衷地欣赏这个领域中建立的令人耳目一新的新理论,都会高山仰止,“噫吁嚨,危乎高哉,蜀道之难难于上青天”。

我也会报告一些短文,对美国流行的微积分和概率论教材提出一点改良意见。附上其中一篇的中文稿“牛顿—莱布尼兹公式再议”。张院士曾说,在教育数学中,可以研究如何讲微分流形,也可以研究怎样教幼儿读数。教育数学中,有革命性的大手笔,有改良性的小文章,可以群贤毕至,少长咸集,天纵之才和勤勉之士都有用武之地,都能品味创造的快乐。

各位师长和贤才,我热诚地希望你们,如有可能,都到美国数学会的年会上,传布教育数学的思想,展示你们教育数学的成果。中国需要向美国学习,美国也需要向中国学习。教育数学的理念是中国数学界近30年来最伟大的创造之一,是极大地提高数学教育的质量,特别是美国的数学教育质量的根本途径。

景中院士门下学生

郑板桥有一方自用印章,曰“青藤门下走狗”,我心中的印章则是“景中院士门下学生”。我不但仰慕景中院士的学术成就,更仰慕景中院士的仁人志士的浩然之气。景中院士人生中经历过苦难,遭受过不公正的待遇。但是,苦难没有磨灭他,而是磨砺了他。不公正的待遇没有逼得他怨恨人生,反而孕育了他对人生,对学生,对社会,对祖国的深沉浩大的爱。

我虽有病,但不能言老。我虽缺乏在座诸位师长贤士的才智,但也要摇旗呐喊,在美国传布教育数学的理念,希望美国在向中国学习的过程中真正提高中小学数学教育的质量。