以中小学数学题为例探究网络画板的应用

◎王玉柳 （成都师范学院数学学院，四川 成都 611130）

【摘要】本文以高中数学题为例来研究一下网络画板在数学中的应用，使读者进一步认识网络画板.

【关键词】中小学数学；网络画板；应用

【基金项目】成都师范学院2020年省级创新创业项目“网络画板在数学课堂中的应用”；项目编号：S202014389008

一、网络画板的简介

网络画板是中科院张景中院士亲自参与，为适应互联网环境下教育信息化发展新趋势，运用国内领先的动态几何技术、智能推理技术、符号运算和网络交互技术开发的第一款国内领先的互联网环境下的理科教学工具.该产品服务于中小学理科教学，利用互联网改变教育资源生成、传播、分享模式，助力中小学教学资源开发，推动基础学科教育信息化的发展.自2015年以来，已经有数十万的教师在使用网络画板.

二、网络画板的特点

网络画板是基于互联网环境研发的一款数学动态软件，是真正的互联网+动态数学工具.网络画板支持平板、手机、一体机和电子白板等各种终端环境，适应力较强.它的一个特点是课件是一个网页链接，可以通过课件的网页链接分享到各种社交平台.它的另一个特点是教师可以在网站通过分类资源和关键字搜索，找到他们需要的课件.如果教师能找到，就可以收藏下来直接应用于数学课堂；如果不能，教师自己也可以创作满足自己需求的课件.在没有网络的情况下，网络画板还可以离线播放.网络画板相较于几何画板有如下优点：网络画板功能比几何画板多，使用更加简便，制作更加轻松，特别是网络画板的3D功能.网络画板的大多数功能是免费的，但是几何画板必须收费.GGB是一款优秀的动态数学软件，网络画板和它相比，主要区别在于，网络画板是为了中国的数学教育量身打造的，更加符合中国教师的使用特点.

三、国内外研究状况

就国内来说，在中国的期刊网的全文数据库中检索“网络画板”，可以得到相关联的文章并不多.因为网络画板是最近几年才兴起的一个软件，目前来看，研究它的并不多.在这些文章中，有一篇是樊广顺在2017年发表的《信息技术与课堂教学融合的实际应用——基于网络画板的数学教学实践》（数字化教学探索与创新——第二届全国中小学数字化教学研讨会论文集），该文以信息技术与课堂教学的融合为话题，引出了教学软件的转变，由此提出网络画板.在这篇文章中，作者提出信息技术与数学教学的融合是必要的，它能解决数学中的教学难点及传统方式不易说明白的内容.此时网络画板这款基于超级画板软件和互联网技术开发的开放共享的移动数学实验室就应运而生，为教师的数学教学，为学生的数学学习，以及数学实验提供了最大限度的可能.这些文章研究了网络画板在教学中的实际应用，为进一步的研究提供了依据和参考.

四、网络画板下的教学实例

为了更好地认识网络画板在我们中小学数学中的应用，下面将以几个数学题为例，来探讨网络画板的作用.

例1 如图1，在等腰直角三角形ABC中，$AC=\sqrt{2}$，D是斜边BC上的一点，$AE\perp AD$，$AE=AD$，$DF\perp AD$，DF交CE于F，则线段CF长度的最大值为_____.

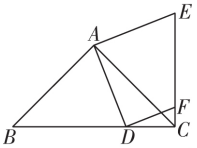

图1

分析 由题目条件可知，求的是最值问题，此问题是一个动态变化的问题，如果手动画图，那么很难看出CF的变化情况.因为CF的长度是受到D点的位置变化影响的，所以我们只需探究D点的变化，从D点的移动规律来探究CF的长度的变化情况.

解 一般做法：因为求的是最值问题，所以我们不妨从特殊到一般，先假设点D在线段BC中点，此时，F点和C点重合，CF的长度为0，不可取.

我们再来取端点，当点D和点B重合时，$CF=BC=2$；

当点D与点C重合时，点C和点F重合，CF长度为0.

综上，当点D与点B重合时，CF长度最大，此时$CF=2$.

网络画板画图做法：

首先在网络画板中根据题目要求画出图形，此时点D在BC上可以随意移动，但是D点的移动范围始终大于等于0且小于等于2.当我们将点D从C移向B的过程中可以看到，CF的长度是先变大后变小，趋于零后再变大，到点B时为最大，此时$CF=2$.

从上面的例子我们可以看出，有了网络画板之后，解决问题更加清晰、直观，学生在理解时也更加容易.

例2 在平面直角坐标系中，已知抛物线$y=x^2-2mx-3m$.

（1）当$m=1$时，

①抛物线的对称轴为直线：_____.

②抛物线上一点P到x轴的距离为4，求点P的坐标.

③当$n\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}$时，函数值$y$的取值范围是$-\frac{15}{4}\leqslant y\leqslant 2-n$，求$n$的值.

（2）设抛物线$y=x^2-2mx-3m$在$2m-1\leqslant x\leqslant 2m+1$上最低点的纵坐标为$y_0$，直接写出$y_0$与$m$之间的函数关系式以及$m$的取值范围.

解 一般做法：

（1）①当$m=1$时，代入抛物线$y=x^2-2mx-3m$可得$y=x^2-2x-3$，根据抛物线的对称轴公式$x=-\frac{b}{2a}$可以得到抛物线的对称轴为直线$x=1$.

②因为点P在抛物线上，所以其坐标满足抛物线方程，因为P点到x轴的距离为4，所以P点的纵坐标的绝对值为4，所以$|x^2-2x-3|=4$，当P点的纵坐标为4时，方程为$4=x^2-2x-3$，此时$\Delta=b^2-4ac=32>0$，所以有两个解：$x_1=2\sqrt{2}+1$，$x_2=-2\sqrt{2}+1$；当P点的纵坐标为-4时，方程为$-4=x^2-2x-3$，整理得$(x-1)^2=0$，解得$x=1$.

综上，P点的坐标为$(1,-4)$或$(2\sqrt{2}+1,4)$或$(-2\sqrt{2}+1,4)$.

③当$n\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}$时，$y$随$x$的增大而减小，且函数值$y$的

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

取值范围是$-\frac{15}{4}\leqslant y\leqslant 2-n$，所以$n^2-2n-3=2-n$，解得$n_1=\frac{1-\sqrt{21}}{2}$，$n_2=\frac{1+\sqrt{21}}{2}$（舍去），所以$n$的值为$\frac{1-\sqrt{21}}{2}$.

（2）因为抛物线的对称轴为直线$x=-\frac{b}{2a}=m$，所以可以分三种情况考虑：

①当$m<2m-1$，即$m>1$时，如图2，在$2m-1\leqslant x\leqslant 2m+1$上，$y$值随$x$值的增大而增大，所以$y_0=(2m-1)^2-2m(2m-1)-3m=-5m+1$；

②当$2m-1\leqslant m\leqslant 2m+1$，即$-1\leqslant m\leqslant 1$时，如图3，$y_0=m^2-2m\cdot m-3m=-m^2-3m$；

③当$m>2m+1$，即$m<-1$时，如图4，在$2m-1\leqslant x\leqslant 2m+1$上，$y$值随$x$值的增大而减小，所以$y_0=(2m+1)^2-2m(2m+1)-3m=-m+1$.

综上所述，$y_0=\begin{cases}-5m+1(m>1),\\-m^2-3m(-1\leqslant m\leqslant 1),\\-m+1(m<-1).\end{cases}$

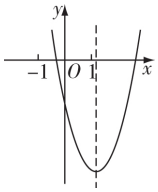

图2

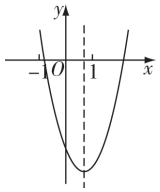

图3

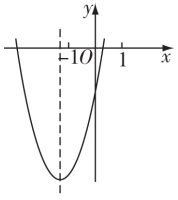

图4

几何画板做法：

（1）首先在几何画板上画出抛物线$y=x^2-2x-3$，根据图形，

①很快可以看出抛物线的对称轴为直线$x=1$，

②如图5，在图中画出$y=4$和$y=-4$的两条直线，看与抛物线的交点，从图中可以清楚地看见有三个交点，直线$y=-4$与抛物线的交点为C，选中点，然后在空白位置右击鼠标，在出现的界面里点击“测量”，出现“坐标”这一选项后，点击坐标，这时C点的坐标就会自动显示出来（如图6）.要计算直线$y=4$与抛物线的交点，操作方法和前面是一样的，都可以很快得到交点的坐标.

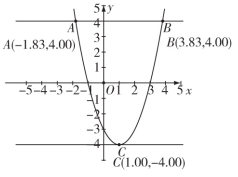

图5

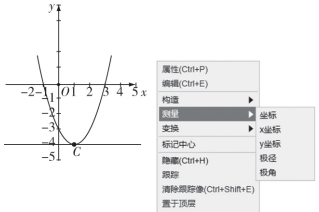

图6

③由题可知，要求n的值，就是求函数$y=n^2-2n-3$的图像与直线$y=2-n$的交点，即当$n^2-2n-3=2-n$时，解出n的值即可.

这时，我们利用网络画板只需要画出函数$y=n^2-2n-3$的图像与直线$y=2-n$，看它们有无交点，有交点时交点的横坐标是多少.

如图7，因为$n\leqslant\frac{1}{2}$，所以n只能取一个值，即$n=-1.79$（此处由于网络画板不能显示根号，所以取得的是近似值）.

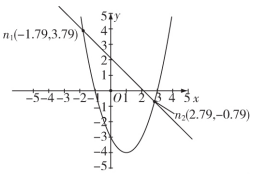

图7

（2）我们在网络画板中首先建立直角坐标系，然后构造抛物线$y=x^2-2mx-3m$，此时抛物线的对称轴为直线$x=-\frac{b}{2a}=m$，下面我们来判断一下m与两个端点的大小.

①当$m<2m-1$，即$m>1$时，在$2m-1\leqslant x\leqslant 2m+1$上，$y$值随$x$值的增大而增大，所以$y_0=(2m-1)^2-2m(2m-1)-3m=-5m+1$；

②当$2m-1\leqslant m\leqslant 2m+1$，即$-1\leqslant m\leqslant 1$时，$y_0=m^2-2m\cdot m-3m=-m^2-3m$；

③当$m>2m+1$，即$m<-1$时，在$2m-1\leqslant x\leqslant 2m+1$上，$y$值随$x$值的增大而减小，所以$y_0=(2m+1)^2-2m(2m+1)-3m=-m+1$.

综上所述，$y_0=\begin{cases}-5m+1(m>1),\\-m^2-3m(-1\leqslant m\leqslant 1),\\-m+1(m<-1).\end{cases}$

上述例2相对来说比较难，靠自己手动画图还是不能很好地理解这个动态变化的过程，有了网络画板之后，可以使静态的问题动态化，学生在解决问题时理解起来也比较方便、简洁，这样大大减轻了学生和老师的负担.

例3　探究函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图像变化.

首先，我们要在网络画板里面建立一个直角坐标系，为了方便观察，我们将直角坐标系的单位设为$\frac{\pi}{2}$.然后，确定三个变量A,ω,φ，使变量A的范围为$(-5,5)$，变量ω的范围为$(-3,3)$，变量φ的范围为$(-5,5)$，画出函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图像，这时函数图像就会根据$A,\omega,\varphi$的变化而变化.通过拖动$A$的值，我们可以看见：当$A$值增大时，图像的最大值增大，图像越来越往上、下突出，函数的最大值随A的增大而增大，随A的减小而减小；当我们拖动ω，保持其他两个变量不变时：$|\omega|$越大，函数的周期越小，反之则越大；当我们拖动φ，其他两个变量保持不变时：函数图像周期没变，最大值、最小值也没变，当$\varphi>0$时函数图像向右平移，当$\varphi<0$时函数图像向左平移.

由此可见，我们通过手动画图来实现动态变化过程操作起来是非常困难的，而有了网络画板，我们就可以通过网络画板来达到数学问题动态化的目的，这样便于学生理解，也便于教师的教学.通过动态演示，学生能够更好地掌握函数图像的性质与特点，也能为以后更进一步的学习奠定基础.针对本例题，通过网络画板对函数图像的呈现，学生可以很快地得到正弦型函数图像的性质，节约了时间，也加深了理解，可以说是事半功倍，一举两得.同样，该函数图像也可以根据五点作图法来画，具体操作演示请大家自行探索.

总体来说，根据以上例题的展示，我们可以很清楚地看到网络画板在解决数学动态问题、最值问题等方面的直接性和有效性.网络画板对于老师来说是一个很好的教学辅导工具，可以将一些复杂的、抽象的问题具体化；对于学生来说，可以借助网络画板理解一些比较难的数学问题.网络画板有利于开展我们的教学工作，提高教学效率，从而为培养更高质量的人才提供帮助.

【参考文献】

[1] 邱雪莲.应用网络画板提升学生高阶思维能力的探究[D].沈阳：沈阳师范大学，2019.

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net