

网络画板与数学课程教学深度融合探析

赵海清¹ 张传军² 侯先融³ 王 俊⁴

(1. 岭南师范学院数学与统计学院, 广东 湛江 524048; 2. 贵州师范学院教育科学研究所, 贵州 贵阳 550018; 3. 黔南民族师范学院数学与统计学院, 贵州 都匀 558000; 4. 贵州省仁怀市第二中学, 贵州 仁怀 564501)

摘要:《义务教育数学课程标准(2022年版)》在课程理念部分指出要促进信息技术与数学课程的融合,利用现代信息技术,设计生动的教学活动,以促进教学方式方法的变革。通过以“一次函数教学中函数图像教学”为例,深度探讨数学教学软件网络画板在初中函数图像教学中探究过程的应用,总结应用方法,凝练教学模式,为信息技术与数学课程教学深度融合提供样板与参考。

关键词:网络画板;信息技术;深度融合

中图分类号:G633.62 **文献标识码:**A **文章编号:**1674-7798(2023)06-0079-06

Analysis of the Deep Integration of Online Sketchpad and Mathematics Course Teaching

ZHAO Hai-qing¹ ZHANG Chuan-jun² HOU Xian-rong³ WANG Jun⁴

(1. School of Mathematics and Statistics, Lingnan Normal University, Zhanjiang, Guangdong, 524048; 2. Institute of Education Science, Guizhou Education University, Guiyang, Guizhou, 550018; 3. School of Mathematics and Statistics, Qiannan Normal University for Nationalities, Duyun, Guizhou, 558000; 4. Renhuai No. 2 Middle School, Renhuai, Guizhou, 564501)

Abstract: The Mathematical Curriculum Standard for Compulsory Education (2022 Edition) points out in the part of curriculum concept that it is necessary to promote the integration of information technology and mathematics curriculum, make use of modern information technology and design vivid teaching activities to promote the reform of teaching methods. With "Functional Image Teaching in Primary Function Teaching" as a case, this paper deeply discusses the application of mathematics teaching software sketchpad in the inquiry process of functional image teaching in junior middle school, summarizes the application methods, and condenses the teaching mode, so as to provide a model and reference for the deep integration of information technology and mathematics teaching.

Key words: Online Sketchpad; Functional Image; Deep Integration

收稿日期: 2023-04-15

基金项目: 岭南师范学院教改项目“网络画板助力数学类师范生信息教育技术素养提升的研究与改革实践”。

作者简介: 1. 赵海清(1979-),男,四川南充人,岭南师范学院副教授,研究方向: 数学教育。

2. 张传军(1979-),男,吉林敦化人,贵州师范学院教授,研究方向: 数学教育。

0 引言

2019 年中共中央、国务院印发的《中国教育现代化 2035》提出要求加快信息化时代教育变革^[1]。《教育部等六部门关于推进教育新型基础设施建设构建高质量教育支撑体系的指导意见》也部署了以新发展理念为引领,以信息化为主导,面向教育高质量发展需要,聚焦信息网络、平台体系、数字资源、智慧校园、创新应用、可信安全等方面的新型基础设施体系^[2]。加快推进“互联网+教育”工作,是我国教育信息化从融合阶段向创新阶段发展的动员令,是教育信息化从支撑作用向引领作用转型的标志,对教育信息化促进教育现代化,实现教育高质量发展具有重大的战略意义和深远的历史意义^[3]。

《义务教育数学课程标准(2022 年版)》中多处强调信息技术要与数学学科进行深度融合,赋能教学,促进教与学的深刻变革^[4]。网络画板是国内第一款互联网环境下的专业理科教学工具,可用其进行函数的动态展示,在数学课堂探究过程中发挥其优势,实现数学课堂的“真”探究,它作为一种现代化的多媒体教学设备已逐渐走进中小学课堂。网络画板是“互联网+”教育的一个有力抓手和呈现形式。张景中院士利用“互联网+”数学教师 TPACK 能力培训模式对成都市武侯区初中数学教师进行了网络画板培训,以此促进教师教学能力的提升并取得了良好的教学成果^[5]。

在知网中以“网络画板”为关键词进行检索,查出学位论文 17 篇,期刊文献 9 篇,其研究主要分为四个方面,一是探讨网络画板在几何板块的教学应用,二是研究其在函数板块的教学应用,三是论述其作为一种信息技术为教育带来的变革,四是探讨教学案例及其对学生学科能力、学科思想的影响。在已有的研究中,多数主要通过直观展示函数图像动态变化而观察研究函数的性质,少有从函数图像作图这一角度进行应用探讨。下文将从函数图像作图的角度出发,探讨网络画板在学生函数作图中的应用,展示信息技术与数学课程的融合,进而论述信息技术在数学教育中的应用价值,以及对课堂教学方式变革的影响。

1 网络画板促进信息技术与数学课程教学深度融合

函数作为整个数学学科的核心内容,其中函数图像以几何的形式直观地表示变量间的单值对应关系,是研究函数的重要工具。学习函数的图像不仅要了解它的一般意义和画法,更重要的是了解其中包含的数形结合的研究问题的思想。因此学好函数图像的绘制是研究函数其它性质的基础,也是初中到高中研究函数基本性质的基本模式和方法。人教版数学教材是我国中小学教学应用较多的一版教材,是我国典型教材之一。下面将以人教版函数作图教学内容为例,以探究式教学为主,从探究内容、基本探究、深入探究、探究验证等四个教学过程展示网络画板教学信息技术融入该教学内容的应用过程。

1.1 探究内容

在人教版八年级下册第十九章第一节中函数的图像的教学中,有些问题中的函数关系很难列式表示,但是可以用图来直观地反映,例如用心电图表示心脏部位的生物电流与时间的关系。对于能列式表示的函数关系,如果能画图表示,那么会使函数关系更直观。

例如,正方形的面积 S 与边长 x 的函数解析式为 $S = x^2$ 。根据问题的实际意义,可知自变量 x 的取值范围是 $x > 0$ 。我们还可以利用在坐标系中画图的方法来表示 S 与 x 的关系。

1.2 基本探究

活动 1 计算并填写表。

表 1									
x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
S	0	0.25	1						

活动 2 在直角坐标系中,画出上面表格中各对数值所对应的点,然后用光滑曲线连接这些点,所得曲线上每一个点都代表 x 的值与 S 的值的一种对应。老师再用网络画板直接绘制出 $y = x^2$ 的图像,让学生对照画出函数图像。

活动 3 归纳函数图像的定义。

在以上环节的填表、描点过程中学生基本上不会出现什么问题,但是,在连线时有部分学生将

所描的点按自变量取值大小的顺序用直尺连成了折线。教师观察到类似情况后应及时强调“要用光滑的曲线连接,点与点之间不出现明显的拐弯点,画成几条线段连接都是错误的,请同学们更正并牢记。”

本节课是函数图像教学的起始课,也是函数内容的核心课,它肩负着让学生真正感受由函数解析式(数)转化为函数图像(形)的重要使命。翻遍各种版本的初中数学教材,在画二次函数 $y = x^2$ 的图像时,不同版本的教材在描点过程中,将变量 x 的值都取了有限几个数,而且很多教材不约而同地取了 -3 、 -2 、 -1 、 0 、 1 、 2 、 3 这几个整数,然后还分别在 -3 之前以及 3 之后都打上了“……”。最后,再叙述到“用光滑的曲线顺次连接画出的点”,于是“就得到函数 $y = x^2$ 的图像”。 x 的范围是任意实数,为什么只取有限几个(整)数描点呢?如果 x 取 4 、 5 ,那么对应的点会在哪里?什么叫做“光滑的曲线”?这些问题是本节内容教学的核心,传统的教学过程中常由教师进行口述讲解,难以向学生展示直观的作图过程,但现在网络画板作函数图像中取样本点的改变可以将这样的过程直观化,通过网络画板的演示,深化学生对函数图像的理解。

1.3 深入探究

对于有些函数能列式表示的函数关系,为什么要借用图像?要合理解决这个问题,我们还需找到一个合理的“生长点”。数学是研究数量关系和空间形式的科学,一般情况下,能列式表示的数量关系,都有一种相应的空间表现形式。在七年级的“实数”这一节内容中告诉学生:实数与数轴上的点是一一对应的,由于点的连续性,当点按一定规律和顺序排列便形成了线,即数轴。反之,这也说明了实数的连续性(初中阶段不能实现严格数学证明,仅是描述性的说明)。对于数轴之外的点如何来表示呢?在平面直角坐标系中,坐标平面内的点与有序数对是一一对应的,当点的位置确定,也就决定了这个点的横、纵坐标满足的关系是确定的,当这个关系是函数关系,则说明这个点的横、纵坐标是满足函数关系的一个有序实数对。因为满足函数关系的有序实数对有无数个,并且具有连续性,因此满足这样的横、纵坐标

的点也就有无数多个,并且也具有连续性,这些连续的点的集合就构成了函数的图像。但只凭借这样抽象的语言描述,大多数八年级学生很难理解这种抽象的描述。

画函数图像的一般步骤是列表、描点、连线。但为什么要先列表?表格中为什么取这些数据?数据为什么取有限几个?这些问题往往是忽视了函数图像的本质:以满足函数关系式的任意一组 x 、 y 的值分别为横、纵坐标的点都在这个图像上(完备性);图像上所有点的横纵坐标 x 、 y 的值都满足关系式(纯粹性)。事实上,教材在讲授函数图像之前,只介绍过函数有解析法、列表法、图像法三种形式。本节课要在此基础上,让学生感受有些函数同时兼有这三种表现形式,因此本案例的教学顺序如图2和图3所示。先引导学生写出符合函数解析式的有序数对,学生在写的过程中可能是随意而无序的,然后引导学生思考取哪些值、个数多少比较合适。若事先列表并规定了9个特殊的自变量值,忽视了学生的思考动因,就限制了学生的思考空间。如果让学生自己取值,他们未必会只取这9个值,也未必会取得这么恰当均匀、对称;而只有出现多种取值情况,才能比较、反衬出以上取值方法的合理性。在经历取值无序的情况下,描点和连线并不方便,教师建议列表时按照从小到大的顺序取自变量值,在描点的过程中学生就可感受到这些点从小到大连线能得到正确的图形,最后通过观察得出图像大致形状。但此处在学生得到图像后,并不能止步,应继续追问:以符合解析式的其他有序数对为坐标的点是否都在图像上?教师可以借助网络画板等数学软件描点加以验证。虽然,教师不要求学生做出推理论证,但在这样的追问中学生能够感受到完备性,接着教师反过来追问:直线上任意一点的坐标是否符合函数解析式?让学生感受存在性。

教师借助网络画板研究当 x 的范围为 $-3 \leq x \leq 3$ 时的部分图像。利用网络画板的迭代归纳,动态显示列表数据变化 and 对应描出的点,改编自变量间隔值大小,拖动表格点数改变数据个数,增加点的数目,继续描点,观察这些点所组成的图形。随着点的数目增多,相邻两点之间的距离变小,点的密度变大,学生会直观认识到这些点可能

会组成一条与函数 $y = x^2$ 的真实图像更加接近的曲线。

如果按照传统的教学方式讲授函数图像会使学生的学习感到被动,难以体现学生主体地位,而在课堂中运用网络画板进行教学,可以直观便捷地呈现函数的图像的本质,加深学生对函数图像的理解,进一步归纳出函数图像的定义,促进学生对知识的掌握并培养其解决实际问题的能力。新

课标所强调的是要注重过程,因此在讲解这部分知识时更应该选择信息技术使之化静为动,呈现函数图像动态的生成,调动学生学习的积极性,促进学生对函数图像的理解与相关知识的掌握。网络画板在函数相关教学中的应用就体现出了便捷性和直观性,这既能减轻教师繁琐的教学操作,又可调动课堂气氛,提升教学效果。

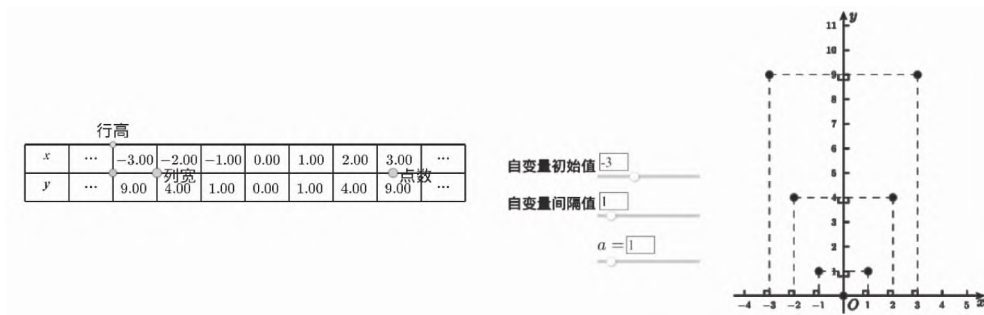


图 1 函数 $y = x^2$ 图像上的 7 个整数点

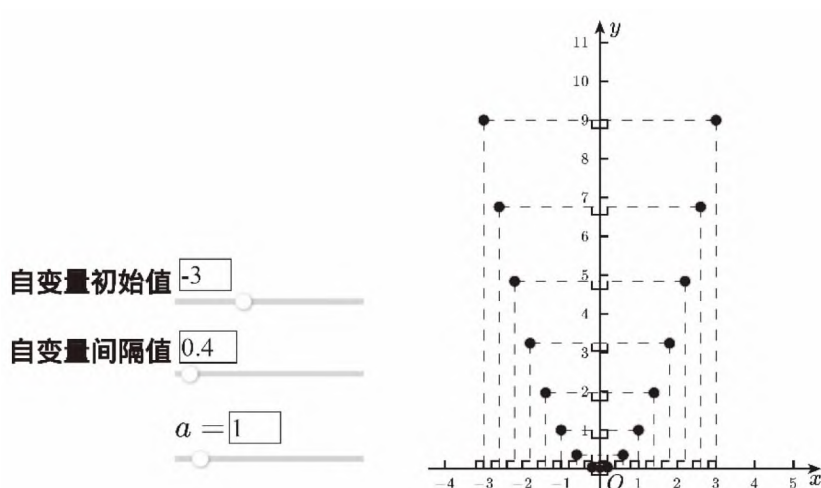


图 2 函数 $y = x^2$ 图像上的 16 个点



图 3 画二次函数图像的过程图

注: 以上图片截取于网络画板动态展示, 详图见网址 <https://www.netpad.net.cn/presentationEditor/presentationPlay.html#posts/4726>.

1.4 探究验证

本案例在研究函数图像的时候巧妙地以网络画板展示了精确的函数图像, 学生通过观察在网络画板上动态图的演示, 使得结论更具有直观性、

模拟性和预见性, 从而突破了教学难点。同时, 这有助于培养学生用数学的眼光观察函数世界, 为今后学生学习其他函数奠定坚实的基础。

函数是怎么画出来的? 为什么要用光滑曲线

连接各点? 究竟什么才是光滑的曲线呢? 用光滑曲线连接出来就是这个函数的图像吗? 拖动图4中的A点, 图4所示的图像算不算光滑的曲线, 是函数 $y = x^2 (x > 0)$ 的部分图像吗? 这些问题成了学生学习研究函数的一道屏障。

如何描绘图像, 一组对应变量由数转化为点体现了什么思想, 图像为什么是“光滑的曲线”而非折线等, 都是函数教学中极为重要的问题, 是学

生画图中出现错误最多的, 事关整个函数思想和方法的形成。问题的关键出在讲解连线时, 只“强调”了要用光滑的曲线连线, 而没有解释为什么。对于函数 $y = x^2$, 教材将自变量的取值范围规定为正数, 在这里我们把 x 取值范围扩大到任意实数, 并有代表性地取一些实数: -3 、 -2 、 -1 、 0 、 1 、 2 、 3 。

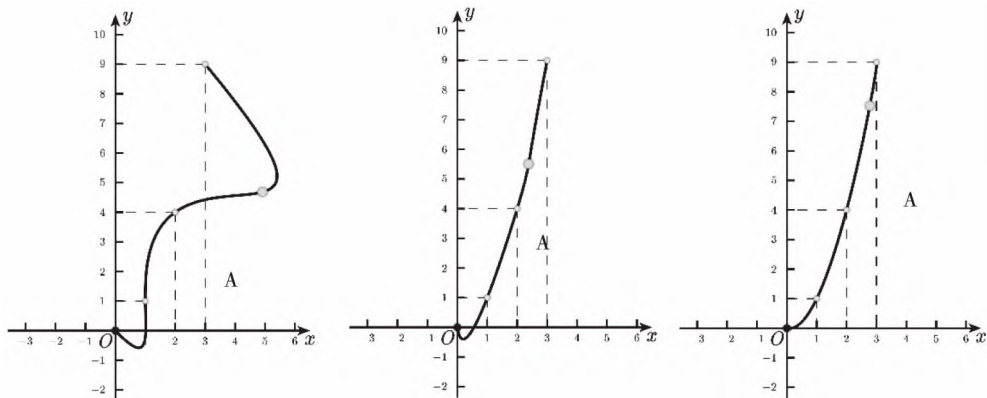


图4 不同画图方法形成的函数图像

教师借助网络画板中“一般曲线”工具画出 $y = x^2$ 的图像, 当 x 的范围为 $-3 \leq x \leq 3$ 时, 共有 7 个整数点(坐标是整数)。根据网络画板作函数曲线的属性要求, 要将“样本点数”设置为 7。若要在 -3 到 3 之间取 N 的间隔均匀的点(包括端点), 则“样本点数”需设置为 N , 同时 N 应该满足 $N = [3 - (-3)] \times n + 1 = 6n + 1$, 这只需输入 $6n + 3$ 即可。如果条件许可, 学生可以用智能手机、平板扫描二维码或点击网址链接亲自操作实验, 分别点击按钮“7 个点”“样点加倍”“3000 个样点”, 此时学生直观地观察了点的分布情况, 并尝试说出(或画出)函数的图像。如果出现折线图, 教师则只需让意见不同的学生相互讨论, 引导学生自主发现、自主质疑、自主建构以纠正错误。

那么 7 个样点对应的曲线和 13 个样点对应的曲线, 哪个才真正是函数 $y = x^2$ 的图像呢? 其答案一目了然。事实上, 我们根本不需要利用任何形状的线连接相邻各点, 当绘制的样点个数越来越多时, 样点描绘出的图案就越来越接近真实的函数图像。借助信息技术, 利用计算机快速、准确地完成较多数据的计算、列表和描点等重复性思维不高的工作。因而有效地简化和优化了绘制

图像这一重要的过程。实际上, 学生可以在刚刚描出的折线图上, 在计算机上再绘制一些新的点 (x, x^2) , 可以直观地发现这些点都不在用线段连接的折线图上, 因此否定了用线段连接各点得到的图像和真实的函数图像不一致。既然前面那些点是计算机按照关系 $y = x^2$ 任意绘制的, 而能看到的任意一点与其上下相邻的点都不在同一条直线上, 那就说明再绘制更多的点也一样, 即所有的相邻三点都不在同一条直线上, 因此图形一定不是折线。

通过直观动态的演示可以促进感悟动态规律, 培养学生的几何直观能力, 其中直观洞察、几何直观、空间想象就是直观想象素养中的核心。如果能坚持用这样的教学方法继续探究反比例函数、二次函数甚至高中学习的函数, 相信学生的数学想象能力会得到提升, 学生的核心素养也会得到发展。

2 网络画板融入数学教学提升教学效果

在传统数学课堂上进行函数图像性质的探究时, 往往要采用常规的办法观察四个具体的函数

图像,运用从特殊到一般的推理方式,归纳总结出一次函数图像的性质。首先教师让学生观察一些具体的函数图像,引导其提出一些关于函数性质的猜想并再继续举例以验证猜想,进而实现知识的学习由特殊到一般的过渡。但这样的学习方式往往弱化了探究的四要素中验证的重要性,导致学生会对所得一般结论难免存疑,同时这样传统

的探究方式往往容易成为低水平的教师控制性探究。当然造成这种现象的原因与教师使用的教学工具息息相关,在有限的课堂时间内,教师在带领学生作图的过程中,常常会在手动作图环节浪费过多时间,而网络画板与数学课程的融合恰恰可以弥补这样缺陷,使得探究学习过程更加完整高效。

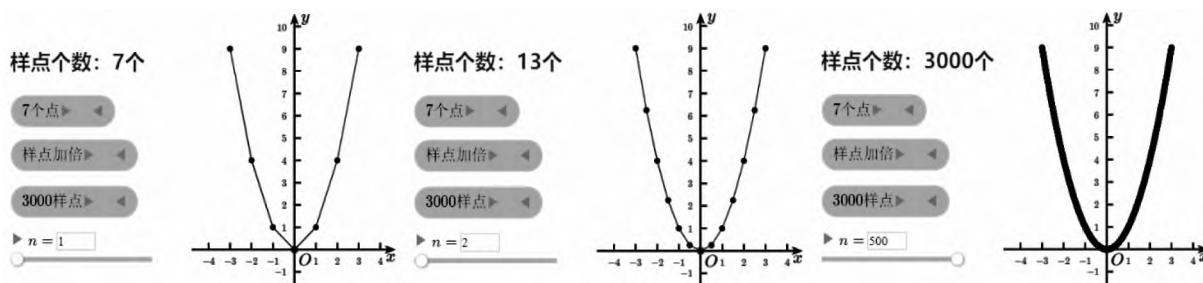


图5 点的个数变化形成的函数的图像

本案例探究过程是在教师的引导下,学生经历了提出问题—形成猜想—验证证明—得出结论的“真”探究过程。整个过程教师在每个阶段用网络画板展示函数起到引导学生的作用,不过多地干涉学生,由学生自己进行观察总结。这是一个逐渐培养学生数形结合思想的过程,是学生学会用数学眼光观察世界、数学思考方式进行猜想并将所观察的结论用数学语言进行表达的过程,同时也是学生感受科技为学习生活带来变化的过程。

3 结语

以网络画板为代表的信息技术正在重塑中小学课堂教学模式,重塑课堂生态。教师和学生一起使用信息技术进行知识的探究,追溯知识的最初形态,还原知识的应用场景,观察知识的动态过程,跟踪知识的发展历程,发现知识的生成结论,总结知识的性质,提炼知识的精髓,感悟知识的价值与力量。课堂上以学生为中心的理念得到凸显,课堂更加公平;课堂氛围变得更加生动与和谐,学生可以充分想象,教师可以充分引导;课堂充分激发学生的好奇心,好奇心支撑和驱动课堂

的知识发生,形成了新型的中小学课堂生态。

参考文献:

- [1]国务院. 中国教育现代化 2035 [EB/OL]. [2021-11-08] (2023-04-05). http://www.gov.cn/xinwen/201902/23/content_5367987.htm.
- [2]教育部等六部门. 教育部等六部门关于推进教育新型基础设施建设构建高质量教育支撑体系的指导意见 [EB/OL]. [2021-11-08] (2021-07-21). http://www.moe.gov.cn/srcsite/A16/s3342/202107/t20210720_545783.html.
- [3]陈丽,郑勤华,徐亚倩. 互联网驱动教育变革的基本原理和总体思路——“互联网+教育”创新发展的理论与政策研究(一) [J]. 电化教育研究, 2022, 43(3): 5-11.
- [4]中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版) [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [5]张景中,陈如仙,陆兴华,等. “互联网+”数学教师TPACK能力培训模式研究——以武侯区初中数学教师网络画板培训为例 [J]. 数学教育学报, 2022, 31(5): 1-8.

[责任编辑: 吕娟]