



我看人工智能

张景中,张清华,乔雨琪

(重庆邮电大学 计算机科学与技术学院/人工智能学院,重庆 400065)

摘要:人工智能是人类社会的伟大发明,随着信息技术的不断进步和发展,它引起了广泛关注并成为当前科学界研究的热点。从人工智能的概念出发,介绍了人工智能发展历程中的三起两落,指出了人工智能目前正处于发展时期,有很多亟待解决的科学问题;接着阐述了人工智能1.0和2.0两个时代的特征,并指出两个时代的独立性与互补性,只有将两个时代的技术进行有效融合,才能高效、准确地解决实际问题;阐述了人工智能能做什么以及如何做的问题,指出了人工智能的主体作用是助力传统产业发展和促进工业经济快速转型;从人工智能的角度分析了数学教育,着重强调了数学是人工智能的灵魂,同时人工智能的发展有望促进数学教育。但目前还未真正将效果体现出来,人工智能作为新的技术在教育上的应用还需深入到学科中去,积极而慎重地进行实验和探索。

关键词:人工智能;智能时代;智能技术;数学教育

中图分类号:TP18

文献标志码:A

文章编号:1673-825X(2020)06-0984-07

My viewpoint on artificial intelligence

ZHANG Jingzhong, ZHANG Qinghua, QIAO Yuqi

(School of Computer Science & Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065 P. R. China)

Abstract: Artificial Intelligence (AI) is a great invention of human society. With the development of information technology, AI technology has attracted extensive attention and becomes the hot issue in recent academic research fields. Firstly, the paper introduces three times rise and two times fall of the development history of AI based on the concept of AI. Meanwhile, it also emphasizes that AI has entered a critical period of development in which there are many scientific issues that need to be solved urgently. Then, the two eras of AI 1.0 and 2.0 which cannot be replaced by each other are explained in this paper. To solve practical problems more efficiently and accurately, perhaps the best method is to effectively combine the technical of the two eras. Subsequently, what artificial intelligence does and how it works are explained, and it points out that the role of AI is to help the development of traditional industries and promote the rapid transformation of industrial economy. Finally, this paper analyzes mathematics education from the perspective of AI, and emphasizes that mathematics is the soul of AI. At the same time, the development of AI is expected to promote mathematics education, but the effect has not been truly reflected so far. The application of new technology in education requires constant exploration and practice in the field of subject education.

Keywords: artificial intelligence; intelligent era; intelligent technology; mathematics education

本文由张清华、乔雨琪根据张景中院士2020年5月在重庆邮电大学的学术报告《我看人工智能》录音整理而成。

收稿日期:2020-06-28 修订日期:2020-09-29 通讯作者:张清华 zhangqh@cqupt.edu.cn

基金项目:国家自然科学基金(61876201)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61876201)

0 引言

2016年3月,在韩国首尔上演了一场举世瞩目的人机围棋大战,对战的双方是世界围棋冠军李世石与围棋机器人阿法狗(AlphaGo)。整个比赛过程令人惊叹,AlphaGo以4:1战胜李世石取得胜利。众所周知,李世石是世界顶级围棋棋手,曾获得过14次世界冠军,但在几次比赛中均输给中国棋手柯洁。2017年5月,在中国浙江围棋峰会人机大战中,AlphaGo又以3:0战胜柯洁。从AlphaGo两次横扫世界围棋棋坛来看,在围棋方面,人工智能相比人类更具备绝对的优势,这标志着人工智能进入了一个新的时代。

人工智能是什么?到目前为止,人工智能(*artificial intelligence, AI*)还没有统一的定义。通常来说,人工智能就是机器能够感知条件、观察环境、了解环境,然后根据条件采取的行动。事实上,AI的本质是数学计算,它可分3个部分:①感知。由听见的信息进行语音识别、看见的信息完成机器翻译以及图像识别等。也就是说,机器要先了解环境条件,作为模拟人类思考过程以及采取正确决定和行动的前提;②思考。包括计算推理、定理证明,如分析棋局等;③行动。是在感知到某种信息后做出的相应决策以及相关操作,如机器人行动和无人驾驶等。目前,感知和行动是新一轮人工智能研究和应用取得突破成就的2个主要方面。

接下来,将从人工智能的发展历程、时代特征、实际应用以及数学教育与人工智能的关系等方面展开介绍。

1 人工智能的三起两落

通常认为,人工智能正式诞生于1956年,当时在美国东部达特茅斯学院召开了一次具有传奇色彩的学术研讨会,研讨“如何用机器模拟人的智能”,会上正式出现了“人工智能”这一术语。实际上,在1955年的一个预备会上,就有人提出人工智能的概念。当时大家满怀希望地认为计算机可以很快地达到人类智能水平。然而,经过近二十年的研究,几何定理的证明都没有办法解决。1973年前后,大家的热情冷下来,有关项目经费大幅减少,人工智能的第一个高潮过去了。

20世纪70年代以后,很多以“知识处理”为目

标的“专家系统”模拟人类专家的知识和经验解决了特定领域的问题,实现了人工智能从理论研究走向实际应用并将一般推理策略与专业知识有效结合。1978年,我国数学家吴文俊在几何机器证明领域中取得重大成果;1981年,IBM PC问世,基于Lisp和Prolog程序的专家系统开始流行,人工智能又一次兴起;1982年,日本雄心勃勃启动一项第五代计算机研发计划,接着美国也启动类似计划;1988年,中国国务院办公厅也将人工智能纳入国家政策层面。但几年之后,大家发现在软件和硬件条件的限制下,逻辑方法和专家系统对很多问题束手无策。20世纪80年代末,美国放弃人工智能项目转向超级计算机;90年代初,日本的大计划以失败告终。就此,人工智能的第2个高潮结束。

到20世纪90年代末,人工智能的新一轮浪潮再次兴起,IBM超级计算机“深蓝”战胜了国际象棋世界冠军卡斯帕罗夫。智能机器“深蓝”和AlphaGo的胜利均表明深度学习是智能技术的重大突破。确切地说,深度学习的算法带动了语音和图像2个领域,推动了无人驾驶的发展,使得全方位的人工智能迅速崛起。

2 人工智能1.0和2.0

人工智能1.0是前期发展起来的逻辑推理方法和专家系统。现在的专家系统经过改进后发展为知识图谱。知识图谱在表达形式上有了进步,可以理解是原来逻辑推理和专家系统相互结合的新模式。

人工智能2.0是基于概率统计的深度学习算法,也就是神经网络方法。简单说,人工智能1.0的本质是从小数据中产生大数据,比如几何问题从一开始的基本公理,也就是小数据,到可以推理出成千上万、各种各样的定理。人工智能2.0是从大数据中获取小数据,通过处理大量数据得到一个结论。比如人脸识别,需要收集大量人脸图像相关数据,最后找到确定的与之匹配的人脸;再比如,围棋中为了确定如何处理某种局势下的一步棋,需要整理大量棋谱作为输入。这两者本质上都是数学,随着后续不断的发展便有了人工智能2.0新的名称。类似统计学和计算机科学,原本都是属于数学系,是数学的一个分支,但随着学科的不断发展,这些学科都已成为独立学科。

总的来说,人工智能 1.0 和 2.0 是相互不可替代的。如何将人工智能的 2 种方法有效结合,是很多科学家目前正的研究的热门问题。

3 人工智能能做什么以及如何做

任意打开一个有关人工智能的网页,会出现大量的信息,比如自动驾驶、改进品牌发展创意、监测珊瑚礁的恢复能力、分析评估地球可持续发展、设计药物、管理数据质量以及智能医疗等。有关人工智能的新闻也随处可见,比如沙特正式授予机器人公民身份,利用人脸识别提取到一个潜逃 20 年杀人犯的人脸数据,通过人工智能快速识别身份等。人工智能发挥的主要作用是助力传统产业升级和工业经济快速转型,它涉及医疗、金融、交通、商务、制造、农业技术、教育、安防等。因为人工智能的发展,有些行业的工作已经存在被替代的风险。不过,任何科技成果都是一把双刃剑,人工智能也不例外。比如人工智能在军事方面的迅猛发展,如果带有智能化的武器一旦使用,所造成的灾难和损失将无法估计;在无人驾驶方面,一旦智能汽车突发不可预见的故障,必将造成重大事故。这些问题都需要业界重点关注。2019 年,国家新一代人工智能治理专业委员会颁布了《新一代人工智能治理原则——发展负责任的人工智能》文件,明确了人工智能的治理框架和行动指南,强调了和谐友好、公平公正、包容共享、尊重隐私、安全可控、共担责任、开放协作、敏捷治理等 8 条原则。然而,真正落实起来是一个非常艰巨的任务。

接下来,将以 6 个引起广泛关注的问题作为例子解释人工智能如何工作,分别为因式分解、求原函数、自动推理、解题检验、棋局判断以及图像识别。

第 1 类问题是类似因式分解和求原函数的问题。这类问题涉及了较深的专业知识,经过数学家的努力形成了好的算法。比如 20 世纪 60 年代,利用整个抽象代数的知识,彻底解决了因式分解的问题,为此发表了上千篇论文。在因式分解中,如何将一个整系数多项式写成多个整系数因式相乘被看作是智能型性问题。如何生成多个因式,好像需要奇思妙想和高度技巧,然而通过理论上的深入研究,一步步抽丝剥茧,人们解开了其中奥秘并设计了相应的算法。类似这样的问题原本一年都算不出来,甚

至不抱任何希望,然而计算机却在分秒之内计算完成。随着因式分解问题被解决,求原函数也逐步解决。若要判断一个初等函数的原函数能否用初等函数来表达的这个问题不容易。但是,计算机根据算法判断该初等函数的原函数是不是初等函数就变得容易多了,是则给出,否则回答不是。这些千变万化的问题先是被看作智能型问题,通过对数学不断的深入研究并找到了解决问题的算法,解决之后才发现问题已不再是人工智能的问题,而是纯粹的数学问题。所以,人工智能没有明确的界限,一些问题在没解决之前像是一个人工智能问题,但在解决之后发现是一个纯数学的算法问题。

第 2 类具有代表性的问题是几何定理证明与发现。对于几何定理证明,问题的描述清楚明了,符合计算机能识别、理解的严谨的表达,即根据图形和条件证明一个结论。两千多年以来,因为没有算法,人们只能靠奇思妙想通过一题一法来解决几何问题。人工智能刚兴起是从 20 世纪 50 年代,首先关注的是几何定理证明问题,经过 20 多年的努力研究,在国外并没有得到解决,而是我国的吴文俊先生在 1977 年突破了该问题^[1]。吴先生利用一个确定的算法,按照相应的条件通过选取坐标系使几何命题变成一个代数问题,也就是给定几个多项式的等式去判断另外一个多项式的等式是否成立。其实,这个问题在 20 世纪 50 年代理论上就已经被塔斯基解决,他证明:这类问题包括不等式问题用计算机一定能够解决,但实际上他的算法太慢,计算机实际上做不出来,常常是一个很简单的定理需要花费很长时间才能解决,甚至解决不了。而吴先生运用中国古代数学思想、计算机代数以及微分代数的最新成果,找到了一个有效算法。使许多看起来很难的几何命题,利用当时的计算机技术能在几秒内回答命题是否成立,并且能在成立时给出证明,不过证明过程非常复杂,涉及到成百上千项多项式的运算。于是,在吴先生突破这个问题后又产生了一个新的问题即计算机能否给出容易理解和易于检验的证明过程,也就是可读性证明。世界上自动推理领域的权威学者认为计算机解决这个问题需要大量的计算,是“用量的复杂来取代质的困难”,而不能像人一样巧妙地思考并证明。这个问题在 20 世纪 90 年代由我国的几位学者将其突破,提出了一个“消点算法”^[2]。简单地说,就是给定一个几何命题,里面有

很多点,要寻找一个命题与其等价但比其少一个点,然后再寻找一个命题与其等价但又比其少一个点,当点减到最少时,则可以判断命题是否成立,如成立就得到一个证明。这个证明比人给的传统证明更加简捷、巧妙。这2种方法本质上和因式分解一样,是根据一个确定的算法解决问题,是纯数学问题而不像是人工智能问题。

第3类问题是类似解题检验和程序检验。解题检验不是解决问题,而是检查和判断别人解决问题的思路和方法是否正确,这类问题好像不难,但要用计算机实现依然比较繁琐。例如评判卷子、批改作业,解决这类问题的难度在于检查定理的证明是否正确,能否给出一个可靠的结论。在数学历史上,有一些大数学家论证出来的结论,经历一段时间才发现有误。如前苏联的彼得罗夫斯基院士,证明了二阶微分方程最多不超过3个极限环的定理,20多年后被中国的一个研究生将其推翻。类似解题检验,程序检验也非常重要的,不能出现丝毫错误。比如欧洲的阿利亚纳火箭事故就是因为程序出现一个错误,导致火箭在空中爆炸,造成人员伤亡。如何检验一个程序的正确性,科学家已经研究几十年了。最早进行这方面研究的专家认为,相比机器证明,检验不存在风险,投入精力研究总会做出结果。利用计算机进行检验的演绎推理是人工智能发展的重要案例,已经独立发展成为一门学问。目前,人工智能的检验问题还远远没有解决,简单一点的,如机器批改作业、批改试卷,复杂一点的,如审查论文、检验程序等。还比如有人声称给出了四色定理的证明,但由于证明过程相当复杂,能够审查该证明是否正确的人很少,同行专家审查一篇重要论文可能需要一两年的时间,甚至都还不能完全确定其是否正确。如果人工智能检验能够很好地发展起来,就能替代这类高端人力资源。

第4类问题类似棋局判断、图像识别等。理论上,这类问题的情况是有限的,但在实际应用中运算数量极大,全世界计算机加起来都还不足以用穷举法实现,所以不仅人思考起来非常困难,用机器来实现也并不容易。比如下围棋时,不仅要观察当前的局势,还要根据当前局势和对方进行交互选择,每次选择都存在多种可能性,还要根据当前局势来确定每走一步棋的成功率,尽管围棋的情况有限,但还是不能期望计算机能够用穷举法达到目标。还比如理

论上只要用所有的汉字进行20个字的排列组合,就可以写出所有五言绝句,但是因为汉字数量多,从中选择汉字组成好诗的难度就会很高,因此,需要利用其他方法协助解决问题,例如统计概率的方法。统计概率是经过了很长时间的发展,人们才认识到该方法的有效性。在图像识别问题中,识别是否有一只猫,人类根据经验很容易做出判断,甚至能一眼分辨猫和狗的图像,但是却很难定义明确的标准。所以在没有搞清楚人类是如何认知的情况下,做出完美的智能机器识别程序很难。现在基于大数据、神经网络、机器学习的计算机把这个问题处理得非常好,不仅可以分辨猫和狗,甚至可以分辨很多各种各样的狗,实现分类识别。更有意思的是下棋和图像识别在人类看来是完全不同的问题,但是对于深度学习方法,其模式几乎一模一样。以围棋为例,棋盘的交差点总共361个,黑子和白子的位置信息可以用一个数组表示,表示围棋局势的数组就是输入,也就是要寻找函数的自变量,输出函数值为落棋位置的评分。图像识别的数学模型与此类似,一个图像有很多的点,每个点有几种颜色,每种颜色深浅不同,也就是每个点由几个数形成数组,就是自变量,被求出图中有猫的概率也就是函数值。这样一来,下棋也好,图中看猫也好,都是函数插值问题。只是函数的变元越多,形式也越不确定,更难找到插值算法。

经过几十年不断的研究和实践,发现只要收集到大量数据并合理使用,就可以很快模拟出所要的函数。关键是数据要足够多,围棋的数据很好收集,有大量的棋谱,也可以让机器人对弈产生数据。对于一个一元多项式插值函数,如果次数不到10次,要确定的未知参数(多项式系数)不超过10个,则有10组数据便可对多项式系数求解。图像识别方面,目前网络上有大量图像数据可用,但图像识别涉及的是多元函数,变元个数和待定参数属于百万级千万级,而参数越多,需要的数据越多。具体程序说来很简单,首先设计一个含初始参数的数据传输网络,通过输入一组案例数据在网络中传输变换,输出一个结果。最后将这个结果和案例中预想的标准答案做比较,根据比较的差值来调整参数使得差值逐步减小以达到优化参数的目的。近年来,人工智能最大的突破就是这种随机方法的应用,用大量的例子,反复验算,结果越来越接近目标。图像识别、声

音识别、棋局判断等类似的很多问题都是用这种方法得到解决。

总体来看,人工智能现在面临的主要问题是 1.0 和 2.0 时代所要解决的问题,相互不能覆盖。深度学习将下围棋、识别图像等问题解决的非常好。逻辑推理加专家系统比人在做某些几何定理方面更胜一筹,但不能做到理解性的思考。人工智能如何工作,深度网络仍然是目前的主流技术,引领人工智能进入到实际应用层面,但它的进一步发展需要逻辑和知识。当前很多科学家都在研究这个方向,它的基础是高速搜索计算、海量存储,之所以能够取得突破性进展,也是因为有神经网络在理论上的突破,还有计算机硬件的支持。另外,近年来逻辑方法的发展也应该关注。比方说成都电子科技大学参与的课题,在解数学试卷方面做的比国外用统计方法解题的效果要强。在断网的情况下,仅靠一个服务器,150 分的试卷能做到 116 分。该课题已经逐步尝试着将人工智能的逻辑方法和统计方法进行有效的结合。

关于人工智能的资料现在很多,这里推荐几本比较易懂的书,见文献[3-5]。

4 人工智能与数学教育

人工智能和数学教育是相互促进的。一方面,数学对人工智能非常重要,要加强对数学的重视程度;另一方面,人工智能可以促进因材施教,智能辅导使数学教育做得更好。总体来说,数学是人工智能的灵魂,如果没有数学,人工智能就是空谈。因此,我们要发扬中国数学教育专家一贯主张的数学教育不能离开数学的教育思想。

人工智能能否能促进数学教育的发展?一方面,它使大家更重视数学和数学教育;另一方面,它能提供智能化的动态教学环境,更丰富的个性化学习资源。但人工智能作为新技术在教育上的应用,需要积极而慎重的实验和探索。有调查显示,如果孩子在 10 岁之后接触信息技术,考上大学的概率远远超过 10 岁之前就已经接触过信息技术的孩子。这导致有些国家明确规定,智能电子设备不能进入小学校园;或者规定低于多少岁的孩子不能使用智能化产品,尽量练习用手写字、看纸书等。所以,人工智能是否能促进数学教育是一个复杂的问题。

教育信息化涉及到千家万户,蕴含了巨大的商机,受到了普遍重视。但 30 多年以来并没有取得预期的效果。中国乃至全世界都非常重视信息技术在教育上的应用,没有达到预期的关键在于优质数字教学资源的创建、应用与共享。

数字教学资源的智能化,不同学科侧重点不同。语文、外语、音乐、体育、数学、理化等各有特色,一定要深入学科,简单地将一般技术用于学科上,很难有成效。目前取得较好效果的案例都是深入到专业学科的专业软件。就数学来讲,不仅要有动态化的操作环境作为基础,还要以理解题意、解题判题为发展方向。一门技术应用到学科,首先要做的是如何减轻老师负担和增加学生兴趣。老师传统的备课需花费一小时,现在有了计算机,能否将备课时间减半。实际上有些情况恰恰相反,使用了计算机所花费的时间更多,没有体现其优越性。所以使用智能机器的主要目的是让学生在学习或处理问题时,效率能显著提升,替代机械繁琐的工作,让学生有更多精力进行创造性的思考。

动态化的操作环境是为了提高兴趣,减轻负担。具体到数学,这表现是多方面的。总结出 8 个字:“写、画、测、算、编、演、推、变”。“写”包含写文字,写公式等,如何在智能设备上方便地写公式,如写根号、画向量等,这就是最基本的智能化,应该使这些操作在计算机上方便、直观、准确地执行。如果这些基本动作在计算机上不能实现,那么将给学生带来诸多不便,会降低处理问题的效率。“画”也包含画几何图形、数曲线、3D 图形等,还要求动态显示。“测”就是图形和算式都能做动态测量。“算”包括数值浮点计算和符号计算。“编”是支持编程。“演”是演示交流;“推”是能做基本的自动推理;“变”是支持图形的变换、跟踪等。总体来讲,动态化才是智能化的起步,应该通过动态数学来优化学生的学习环境和老师的备课环境。

中国有句古话:“天下难事,必作于易;天下大事,必作于细”。积极发挥工匠精神,深入学科,把人工智能应用在我们的教育事业上,促进教育事业的健康发展。从 20 世纪 50 年代的几何解题到现在的高考机器人,Tarski^[6] 在 1948 年从理论上证明了任何初等代数和初等几何命题都是可以判定。所谓初等几何和初等代数命题,指的是命题前提是几个多项式的等式或不等式,结论是一个多项式的等式

或不等式。但一直到1977年吴文俊先生才真正在计算机上解决了等式的部分^[1]。后来进一步地做出了可读性的证明。最后,我国的杨路、侯晓荣、曾振柄等^[7]在1996年才突破了不等式的机器证明。后来,2011年日本人开始做高考机器人,至今结果不太理想。

但我认为解题机器人的研究很重要。目前人工智能的突破主要在处理过程的两端,一端是面对输入信息的认知,如看和听;另一端是动作的输出,像人工驾驶、机器说话以及机器写诗等。目前中间思考的过程还未能重大突破。机器解题研究的意义深远,作为智能的核心是动脑筋,运用知识和逻辑来解决问题。从辅导学习,到批改作业,到审查论文,再到评价成果,让老师学生均能受益。今后人工智能发展可能会让很多人失业,这是无法避免的。实际上,人工智能最大的益处在于辅助人类工作,如帮助医生诊断病人,帮助科学家审核稿件,帮助老师批改试卷等。

当然,数学教育的提升不能仅仅依靠人工智能,更重要的是把数学变容易。英国著名数学家阿蒂亚说过“如果我们积累起来的经验要一代一代传下去,就必须不断努力把它们简化和统一”,“过去曾经使成年人困惑的问题,在以后的年代里,连孩子们都能容易地理解”。在很久以前数学家连负数和根号都不能理解,现在初中生都能熟练掌握并应用,但类似向量、微积分、几何等数学问题却让孩子们甚至成年人感到难以理解。国外很多学校因为怕学生无法理解不讲几何证明和微积分。但阿蒂亚预言,在不久的将来,孩子们都能很容易地理解这些数学问题。如何实现这个预言,这是一门学问,叫“教育数学”。教育数学的基本理念是“熟悉的就容易,简单的就容易,想通了就容易,直观了就容易”。怎么把数学内容化繁为简,需要更多信息技术的支撑,更需要从数学本身下功夫。20世纪70年代,作者张院士在新疆授课时,当地学生感到非常困难的就是学三角函数,于是提出了一个办法,根据求面积的知识很容易地把正弦引入,到了80年代,作者张院士教微积分时又想到一些把极限概念简化的方法,后来就在一篇文献中里提出教育数学的概念^[8],主张为了教育来改造数学。俗话说堡垒最容易从内部攻破,要解决数学教育的问题,一定要注重数学内部的改革,不能就教育论教育,只研究教学方法。

5 结束语

总之,数学教育加人工智能,昨天今天明天都是进行时。操作环境智能化配合教育数学,是切实可行的。我国有基础,有条件,有国家重视,有群众需求。这方向的研究有发展空间,有科学价值,近期远期都有巨大效益。要大面积大幅度地提高青少年数学素养,而不仅仅是招拔尖生,争好学生。中国的人工智能最大的短板就是人才缺乏,长远看应对人才缺乏最主要的办法就是加强数学教育。把数学变容易了,青少年数学素养普遍提高了,创新人才大军将如长江奔腾,滔滔不绝。

参考文献:

- [1] 吴文俊.初等几何判定问题与机械化证明[J].中国科学:数学, 1977, 20(6): 507-516.
WU W J. The problem of elementary geometric determination and the proof of mechanization [J]. Scientia Sinica Mathematica, 1977, 20(6): 507-516.
- [2] 张景中,杨路,高小山,等.几何定理可读证明的自动生成[J].计算机学报, 1995(05): 380-393.
ZHANG J Z, YANG L, GAO X S, et al. Automatic generation of readable geometric theorem proof [J]. Chinese Journal of Computers, 1995(05): 380-393.
- [3] 尼克.人工智能简史[M].北京:人民邮电出版社,2017.
NICK. A brief history of artificial intelligence [M]. Beijing: People's Posts and Telecommunications Press, 2017.
- [4] 彭博.深度卷积网络-原理与实践[M].北京:机械工业出版社,2018.
PENG B. Deep convolutional neural network principle and practice [M]. Beijing: China Machine Press, 2018.
- [5] RUSSEL S J. Artificial intelligence-A modern approach [M]. New Jersey: Prentice Hall. 2017.
- [6] TARSKI A. A Decision Method for Elementary Algebra and Geometry[J]. Texts & Monographs in Symbolic Computation, 1951, 14(3): 188.
- [7] 杨路,侯晓荣,曾振柄.多项式的完全判别系统[J].中国科学E辑, 1996, 26(5): 424-441.
YANG L, HOU X R, ZENG Z B. Complete discriminant system of polynomials [J]. Science in China, Ser E, 1996 (24): 424-441.
- [8] 张景中.什么是“教育数学”[J].高等数学研究, 2004 (06): 2-6.
ZHANG J Z. What is “Educational mathematics” [J].

Studies in College Mathematics, 2004(06): 2-6.

作者简介:



张景中(1936—),男,河南汝南人,中国科学院院士,中国科学院成都计算机应用研究所名誉所长,广州大学计算科技研究院名誉院长,中国科学院重庆绿色智能技术研究院自动推理与认知实验室主任,中国科学院大学重庆分院人工智能学院院长,重庆邮电大学计算机科学与技术学院院长。主要工作领域为机器推理与教育数学,提出消点思想,创建了几何定理可读证明自动生成的原理和方法,获1995年中国科学院自然科学奖一等奖和1997年国家自然科学奖二等奖。其应用研究获1982年国家发明二等奖,科普创作获2005年和2009年国家科技进步奖二等奖。E-mail:zjz101@yahoo.com.cn。



乔雨琪(1999—),湖北襄阳人,重庆邮电大学计算机科学与技术学院本科学生。E-mail:969041817@qq.com。

(编辑:刘勇)



张清华(1974—),重庆人,博士、教授、博士生导师。重庆市学术技术带头人,重庆市高校中青年骨干教师,重庆青年五四红旗手,重庆邮电大学首届十佳青年教师。中国工业与应用数学学会理事,国际粗糙集学会高级会员,中国人工智能学会粒计算与知识发现专委会秘书长,中国人工智能学会离散数学专委会常务理事,重庆市数学学会常务理事。主要从事知识图谱、粗糙集、模糊集、粒计算、不确定信息处理等相关研究工作。E-mail:zhangqh@cqupt.edu.cn。