

开展数字化学习方式项目研究成果征集

基于网络画板平台的高中数学实验资源开发及使用

北京市陈经纶中学

周明芝 李明 宋爱丽 孟永 潘欣桐

【摘要】网络画板产品是在中科院张景中院士亲自参与下、在张景中院士团队多年积累的成果——超级画板的基础上，为适应互联网环境下教育信息化发展新趋势，运用国内领先的动态几何技术、智能推理技术、符号运算和网络交互技术开发的第一款国内领先的互联网环境下的理科教学工具。该产品跨平台、跨终端，简单易用，利用互联网改变教育资源生成、传播、分享模式，助力中小学数学教学资源开发，能全面推动数学学科教育信息化的发展。利用网络画板平台，以数学实验为抓手，在教学中开发、运用适当的数学实验，使学习过程中的实验探索、直观感知等学习活动凸显出来，给学生提供直观思维机会，也加强“做数学”、探究学习的体验，让学生感悟数学知识的发现与生成过程，使学习过程真正转变为发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的过程，从而有效促进学生对数学本质的理解。结合人教版教材内容，从多角度、多层次进行实验课程的开发，有促进学生对数学对象与数学问题理解，或用于突破教学重、难点的课题微实验，还有培养学生探究、实验能力的校本课实验及课下拓展、应用数学知识的拓展实验。实验类型有“同课异构”式的多方案实验、单元复习的递进式实验、网络平台实验资源等，形成了多层次、多种形式的丰富教学资源。通过数学实验教学的实施，变革学生的学习方式，并改进学生对数学学习的认识，进而培养学生的数学自主学习能力，有效提升学生的数学素养。

一、背景分析

（一）落实国家课程方案和课程标准要求

《普通高中数学课程标准（2017年版）》以及《义务教育数学课程标准（2011年版）》指出“数学在形成人的理性思维、科学精神和促进个人智力发展的过程中发挥着不可替代的作用。数学素养是现代社会每一个人应该具备的基本素养。数学教育承载着落实立德树人根本任务、发展素质教育和功能。”强调数学教学关注学生的动手实践、自主探索，培养学生的数学素养。然而，在高中数学教学中仍有一些难题没有得到解决，严重影响了数学教育功能的实现。如：学生数学学习方式单一，大多仅限于听课，满足于记忆数学知识结论与学习模仿数学题型、解题方法；学生学习资源有限，主要限于课本与练习册，甚至课本也只在

作为练习册使用；学生数学学习主要为了应对考试等。出现以上问题的原因一方面是由于数学学科的抽象性与逻辑结构的严谨性，使得常规教学过度强化逻辑推理，弱化观察、类比、归纳、直觉等合情推理的作用，导致学生对数学学习认识有了偏差。另一方面，学生在学习过程中缺乏经历知识生成过程的体验感悟，缺少直观体验以及帮助理解、验证、发现数学的实验资源。

针对现状，我们以高中数学实验为抓手，在教学中开发、运用适当的数学实验，使学习过程中的实验探索、直观感知等学习活动凸显出来，给学生提供直观思维机会，也加强“做数学”、探究学习的体验，让学生感悟数学知识的发现与生成过程，使学习过程真正转变为发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的过程，从而有效促进学生对数学本质的理解。希望由此变革学生的学习方式，并改进学生对数学学习的认识，进而培养学生的数学自主学习能力，有效提升学生的素养。

高中数学实验是指借助适当的实物材料、模型和信息技术等工具，基于一定数学条件、假设或猜想，依据数学原理而进行的探究数学结论、验证数学知识、发现数学问题的数学活动。这种活动能够为学生的数学学习提供丰富的问题情境，有利于学生亲身经历、直观感知数学“再发现”、“再创造”的过程，加深对数学知识的理解、认识，提升学生学习数学的获得感，促使学生变“被动”学习为“主动学习”，丰富学生的数学学习方式，可以引导学生积极主动地探究、发现数学，有效提升学生的数学素养。

数学是抽象思维的产物，抽象性是数学的主要特点之一。弗赖登塔尔强调：学习数学的唯一正确的方法就是“再创造”，也就是由学生本人把要学的东西自己去发现或创造出来。¹数学实验通过具体、直观、形象的可操作的系列活动引导学生进行数学抽象思维活动，进而理解数学、认识数学。因此数学实验就是帮助学生实现“再创造”学习的一个有效方式。我们研究小组经过历时五年的数学实验实践研究探索，在教学中不断开发、运用数学实验，大大激发了学生的学习兴趣，明显改善了学生的数学学习方式，学生数学学习的自主性、探究性越来越强，合作交流的风气也更浓了，学生的素养得到有效提升。

（二）核心素养时代数学学习的新路径

随着移动互联网的高速发展和多媒体技术的广泛传播，数字校园、网络课堂、智慧学习和大数据评价等全新的模式正推动教育进入“互联网+”时代。随处可见的知识分享和信息传播为我们的学习提供了便利，也让我们充分意识到信息技术已经成为我们日常生活

¹ 弗赖登塔尔.《作为教育任务的数学》上海教育出版社.1995.3.第1版.1999.2.第2次印刷

的一部分。当以指数式增长的教育信息扑面而来时，我们如何快速选择适合自己需求的学习资源？如何进行知识甄别、信息加工？面对“互联网+”时代带来的这些机遇和挑战，教育需要主动作为，从学习的真正需求出发，从知识为主题走向思维为核心，由知能视角下的教学走向核心素养的有意识培养。

网络画板产品是在中科院张景中院士亲自参与下、在张景中院士团队多年积累的成果——超级画板的基础上，为适应互联网环境下教育信息化发展新趋势，运用国内领先的动态几何技术、智能推理技术、符号运算和网络交互技术开发的第一款国内领先的互联网环境下的理科教学工具。该产品跨平台、跨终端，简单易用，利用互联网改变教育资源生成、传播、分享模式，助力中小学数学教学资源开发，能全面推动数学学科教育信息化的发展。

数学是研究事物本质属性的有力工具，其最引人注目的特点是思维的抽象性、推理的严谨性和应用的广泛性，若能运用信息技术将其可视化，提供直观的观察、视觉的感知、暴露数据内在关系和总体趋势，进而揭示数据所传递的内在本质，将有助于揭示数学本质、锤炼思维品质、培养数学核心素养。考虑到数学教学的目的不仅是帮助学生理解、掌握数学知识，更重要的是发现知识、探寻规律，实验无疑是丰富学生体验的重要手段和路径，在对实验素材进行数学化操作中产生归纳假设。在分析、修改、验证猜想中形成认知体验，从而实现在做（建构）数学中学（理解）数学，用（解释）数学。因此，开展可视化数学实验，正是基于核心素养下深度学习的新路径：创设恰当的教学情境，提出合理的问题；启发学生独立思考，鼓励学生与他人交流。让学生在掌握知识和技能的同时，感悟数学的本质；在积累数学思维经验的过程中，形成和发展数学核心素养。

二、高中数学实验课程的总体设计

（一） 数学实验课程目标

在《2017 年版普通高中课程标准》中高中数学课程的目标为：通过高中数学课程的学习，学生能获得进一步学习以及未来发展所必需的数学基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验（简称“四基”）；提高从数学角度发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力（简称“四能”）。在学习数学和应用数学的过程中，学生能发展数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析等数学学科核心素养。通过高中数学课程的学习，学生能提高学习数学的兴趣，增强学好数学的自信心，养成良好的数学学习习惯，发展自主学习的能力；树立敢于质疑、善于思考、严谨求实的科学精神；不断提高实践能力，提升创新意识；认识科学的科学价值、应用价值、文化价值和审美价值。

对于课堂教学，《课程标准》中要求要把握数学本质，启发思考，改进教学。要以发展学生数学学科核心素养为导向，创设合适的教学情境，启发学生思考，引导学生把握数学内容的本质。提倡独立思考、自主学习、合作交流等多种学习方式，激发学习数学的兴趣，养成良好的学习习惯，促进学生实践能力和创新意识的发展。注重信息技术与数学课程的深度融合，提高教学的实效性。不断引导学生感悟数学的科学价值、应用价值、文化价值和审美价值。

数学实验是一个探究的过程，是一种建立感性认识，并以此为基础追求理性的过程。它并不是止步于对客观、对表面现象的感性认识，而是以更深入内化的认知基础，进入到对客观对象属性的深层次探究，这种方法这不仅有助于学生掌握基本知识、技能，还能帮助学生积累一定的数学活动经验，形成基本的数学思想方法。

数学实验教学通过教师设计丰富的学科活动，挖掘数学直观性背景，激发学生的学习兴趣。调动学生的各种感官参与数学学习与应用活动，借助于适当的工具，通过动手试验、动眼观察、动脑思考等全方位的活动。使学生在掌握数学知识的过程中，形成“做数学”的体验和意识，让学生的学习过程真正转变为发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的过程。

开展数学实验的研究与实践，能够改变学生学习的数学知识的形态：化抽象为形象，化静态为动态，化结果为过程；改善学生的数学学习方式：变被动接受为主动探究，变统一化学习为个性化学习，促进学生素养的全面发展。

（二）基本理念

1、让学生经历数学的“再创造”，在“做中学”，增强对数学的理解、感悟

数学是抽象思维的产物，抽象性是数学的主要特点之一。弗赖登塔尔强调：学习数学的唯一正确的方法就是“再创造”，也就是由学生本人把要学的东西自己去发现或创造出来。数学实验通过具体、直观、形象的可操作的系列活动引导学生进行数学抽象思维活动，进而理解数学、认识数学。

2、丰富且优化教学方式，提升国家普通高中数学课程的实施效果

高中数学实验也是一种数学学习、探究的方式，借助适当的工具对相应的数学问题、假设等进行实验操作探索，增强直观、具体，以利学生观察思考、发现，获取结论、理解知识，激发兴趣、提升素养。

（三）遵循的基本原则

1、直观性原则：直观性是数学实验的主要特点和优势，通过数学实验操作展示引导学

生观察思考、直观感知、想象，发现规律、探究结论，或者直观感知、理解问题本质，得出解决问题的方法。针对某一较为抽象的内容设计数学实验时，要重点考虑展示对象的直观具体，促使具体形象与抽象概念（条件）相结合，减少理解抽象概念的困难。

2、探索性原则：通过实验操作，变换问题条件、展示问题要素动态的规律性、或关联性，利于探索、理解生成结论，或分析论证方法，获得解决问题的途径。

3、参与性原则：数学实验应便于学生的观察、感知，并能激发学生的兴趣、思维，利于学生的积极参与，尽可能让学生直接参与设计、操作、演示。

（三）整体设计的基本思路

以国家课程标准和教育教学的普遍规律为依据，结合人教版教材，根据学校数学课程体系进行设计。课程分为三个层次：在课堂上突破教学重、难点以及促进对数学问题理解的微实验；在校本课上进行验证、探究的专题实验；在课下进行数学知识应用、实践的社团课及竞赛知识的实验。整体设计思路如图 1。

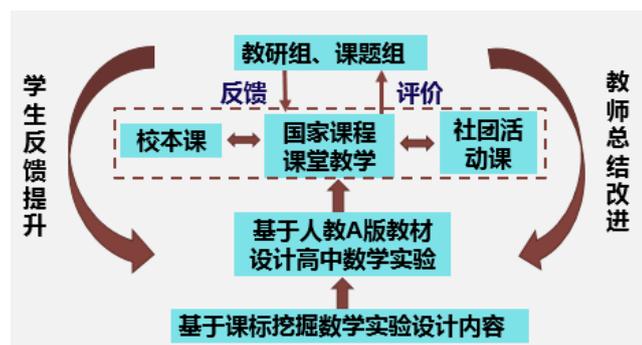


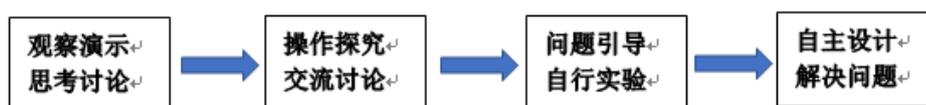
图 1

（四）数学实验教学设计的四个层次和三种类型

在实验课程整体设计时，我们将人教版必修和选必教材实验内容进行调整，按照单元主题教学的方式重新组合。同时丰富不同学段呈现的同一主题内部知识的关联，拓展不同主题知识间的融合。

1. 实验教学设计的四个层次

依据人教 A 版教材，本着从实际出发、高效教学的原则，深入思考和分析有没有必要做这个实验，做与不做的区别如何，设计教材中可开展数学实验活动的内容，并对实验中“运用实验教学的优点”进行对比分析。根据实验的开放性、学生的实验探究能力，将实验教学设计分为了四个层次：



真实、生动、形象、直观的“演示实验”，不但能赋予学生丰富的感性知识，而且能通过感官刺激，唤起他们学生对科学知识学习的热情及对问题的深入思考。操作探究、问题引导实验能给学生更多的动手机会和深入思考的问题情境，不仅培养了学生的探究能力、实验能力，还促进了学生思维能力、实践能力和创新意识的发展。当学生有了通过数学实验去探究、解决问题的意识，就可以自己设计实验去解决一些学习中和生活中的问题，使学生体会到学习是有用的。在这四个类型中，实验的开放性、学生的实验探究能力逐渐递增，可用于高一、高二、高三不同阶段以及课堂教学、兴趣小组、学生社团等不同类型的教学。

四个层次的实验设计要点如下表：

层次	适用情境	实验探究能力基础要求	实验培养目标	实验案例数量
第一层 观察演示 思考讨论	对于一些比较抽象的概念的形成，性质的探究等问题，通过教师演示，让学生思考，总结规律、归纳猜想，得出相关的概念和性质。适用于学生刚刚接触到数学实验的情况。	只需有初步的探究意识和分析能力	促进理解： 丰富对数学发现过程的展示，挖掘数学直观性背景，激发学生的学习兴趣。	13个
第二层 操作探究 交流讨论	教师设计实验的目标和步骤，让学生通过自己的实际操作去探究数学知识、检验数学结论（或假设）。适用于学生已初步了解数学实验，会操作教师提供的实验工具或实验课件。	学生具备一定的探究能力和动手操作能力	促进探究： 为学生提供了充分的参与数学活动的机会，激发学生自主探索的兴趣。	91个
第三层 问题引导 自行实验	教师给出问题后，提供实验的材料，学生自己设计实验的步骤，选择实验的工具来探究问题，得出结论。适用于学生已熟悉数学实验的操作环节，会较熟练地应用实验工具和数学实验软件。	学生有数学实验的经验，具备独立设计实验、熟练应用工具的能力。	促进发现： 设置开放的问题情境，让学生积极地去思考、尝试解决问题，培养学生的探究意识和创新精神。	8个
第四层 自主设计 解决问题	学生有了通过数学实验去探究、解决问题的意识，碰到学习、生活中的问题，自觉、自愿地去主动用实验的方法解决问题。	学生掌握了数学实验的设计思路、操作方法，具备了实验的能力。	促进应用： 在实验设计和操作过程中掌握数学知识和数学技能，在获得的丰富的数学活动经验中总结数学思想和数学方法。	2个

2. 实验设计的三种类型

实验类型		实验目的	设计要点
教具模型 操作性数学 实验教学	验证式	验证一些数学结论、公式或定理，通过验证、判断和猜测结论的真伪，以便学生更好地运用到数学问题解决中。	操作性数学实验教学注重学生的动手操作和亲身体验，教师要不断引导学生在操作过程中探索数学知识，检验数学假设，并归纳总结数学规律；要注重学生的动手操作和亲身体验，教师要不断引导学生在操作过程中探索数学知识，检验数学假设，并归纳总结数学规律等；要注重数学知识的形成过程，注重培养学生实验活动中的探索能力，培养学生自主意识和合作精神。
	理解式	对于一些抽象性的数学概念公式，学生通过亲手制作实物模型或自己操作演示变化过程对数学问题进行理解，让学生亲身经历数学知识的形成过程，从深层次上理解数学本质，构建数学的思想方法并应用到数学问题解决中。	
计算机模拟数学 实验教学		充分应用 Geogebra、几何画板、网络画板等现代教育信息技术，用计算机或计算机软件模拟出数学实验环境，让学生通过实践操作，分析探索得出数学定理及其证明，并最终解决数学问题。	对具有动态的复杂性的数学问题，借助计算机强大的动画功能实现对这些数学问题的模拟再现，提供利于抽象数学思维的直观模型，以及多样的学习情境及有力的学习用具。
思维性数学实验 教学		注重实验过程中的思维活动，主要是通过创设情境，将所研究对象的多种变化形态展示出来，实验过程需要学生严密的思维活动，通过严格的逻辑推理去探索、研究数学知识。	要严格遵循学生的理特征和认知发展规律，充分诱导学生的思维活动，从不同层面对所研究问题的各个抽象阶段进行分析，让学生有机会亲身体验数学知识理论的发展历程。积极引导学生的归纳、类比、概括等的思维方式，注重学生思维的升华，让学生在对自己进行观察、测量、计算等活动的基础上建立起具有一定层次结构的数学思维方式。

(五) 课程实施的主要途径和方式

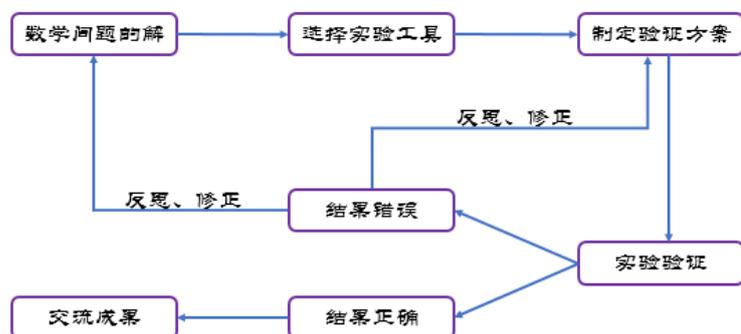
结合数学实验四种类型的特点，基于课标和教材中必修课程的五个主题和选择性必修的四个主题挖掘数学实验设计内容，应用各种实验工具，模拟实验环境，设计多种形式的数学实验，有突破教学重、难点的微实验；有让学生主动参与问题发现、探究与解决的校本课实验；有在实践中学习数学、在生活中应用数学的拓展实验等。基于学生个性化需求开展同一教学内容的不同实验设、基于大单元式的整体实验设计、开发网络平台实验资源，打破时空界限，拓展学生学习时间和空间等，形成多层次、多种形式的丰富教学资源。建立了便于学生操作体验、探究发现的数学实验室。

1. 三种方式的数学实验课程计划：

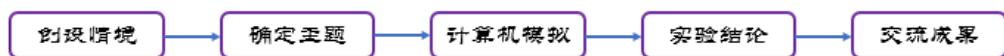
实验方式	学生群体	课程来源	课程定位
国家课程的教学课	全体学生	依据课程标准、选择必修、部分选修教材内容，开展突破教学重、难点的微实验。	立足国家课程标准要求，增强思维的积极性和创新性，重视学科核心知识、核心素养的发展。
校本课实验	校本选课学生	依据课程标准整合必修、选修教材，挖掘、拓展课程载体，设计单元主题课程方案，引领专题教学活动。	培养学生的探究能力、创新能力，聚焦学生从知识到能力到素养的发展，重视知识层面的广度和深度，重视数学学科思维方式、思想观念的发展。
社团活动课实验	社团、竞赛选课学生	基于数学竞赛、数学知识的实际应用开发课程。	提升数学实际问题解决能力，为学有余力的学生的特长发展与未来专业化发展打下基础，重视个性化指导，提供应用实践的资源，满足学生的个性需求。

2. 三种类型的实验设计流程

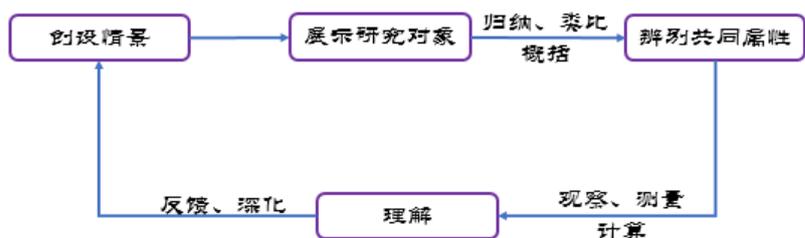
教具模型操作性数学实验教学的设计流程如下：



计算机模拟实验教学模式流程图如下：



思维性数学实验教学实验设计流程如下：



三、推进方式

(一) 以课题研究为引领，以教学实践为基础，开展实验研究

从 2007 年开始我们就参加了信息技术与数学课程整合的课题研究，开始自发尝试、实践数学实验，积累实验案例。2016 年起相继开展区课题《高中数学实验的教学设计和实施策略》、市课题《高中数学实验教学资源的程开发和应用》、2020 年参加了教育部课题《中小学数学教师信息化教学能力显著提升的研究与实践》，申报了子课题《基于网络画板的数学实验教学研究》，结合网络画板平台进行数学实验研究。经过不断的实践研究、反馈调整，形成了课堂、校本课、社团课多种课型的数学实验课，积累了模具、课件、网络平台等多种实验资源。高中数学实验资源的开发与研究有效促进了国家课程的实施，也丰富了学生学习拓展的兴趣选择，为学生的个性发展提供了有效支撑。

通过学校、数学教研组的支持，我们进行了数学实验教学的探索和多轮的教学实施，在遇到教学难题时，大家就会自然地想到能否利用数学实验来解决，然后一起探讨尝试改进；经过专家指导我们的数学实验教学不断丰富、完善，总结提升更为明显，在 2020 年获得朝阳区第十六届教育教学成果奖，老师们的相关教学设计、论文多人获市、区级奖。通过高中数学实验课程的实施，老师们不断探索拓展，进一步提升了教学能力、丰富了教学形式，更好的整合了教学资源，提升了教学效率。

（二）以教材为设计蓝本，开发网络平台实验资源

结合教学中的重、难点内容，我们设计了学生能同步参与，生生、师生能交流互动的网络画板课堂微实验，即提高了学生的学习兴趣，又创设了动手、动脑的情境，帮助学生理解、验证、发现数学，提高学习效率。网络资源也拓展了学生学习的时间和空间，可用于学生课后巩固和进一步探究。目前已设计出人教 A 版教材必修 2 册、选择性必修 3 册共计 114 个实验（目录见下表 1），并已逐步进行网络画板平台资源的制作，部分网络画板平台实验资源如下表 2（扫描二维码即可进入网络平台实验资源）：

表 1：人教 A 版教材实验设计

必修第一册

章节	实验主题	章节	实验主题	章节	实验主题	章节	实验主题
第一章 集合与逻辑用语	含参数的集合问题	第三章 函数的概念与性质	函数的单调性	第四章 指数函数和对数函数	无理指数幂的认识	第五章 三角函数	弧度制
	集合中元素的个数		反比例函数性质的探究		指数函数的图象和性质		诱导公式
第二章 一元二次函数、方程和不等式	不等式 $a^2+b^2 \geq 2ab$ 探究		函数的奇偶性		对数函数的图象和性质		正弦函数的图象
	基本不等式		探究双勾函数的图象与性质		不同函数增长的差异		余弦函数的图象
	对重要不等式链的探究	二次对勾函数		三角函数的周期			

	一道基本不等式的应用问题		分段函数的定义和性质 1		用二分法求方程的近似解		利用单位圆的性质研究正、余弦函数的性质
	二次含参不等式						正切函数的图象和性质
	不等式的构建		函数的应用		函数模型的应用		“和差化积”公式的证明

必修第二册

章节	实验主题	章节	实验主题	章节	实验主题	章节	实验主题
第六章 平面向量及其应用	向量的投影与数量积	第六章 平面向量及其应用	正弦定理、余弦定理的应用 2	第八章 立体几何初步	长方体内注水问题	第九章 统计	总体取值规律的估计 (二)
	一个数量积问题的探究		用向量法研究三角形的性质		一道垂直问题的探究	第十章 概率	探究频率随机性与稳定性的硬币试验
	平面向量基本定理	第七章 复数	复数的几何意义		探究正方体的截面形状		随机模拟
	平面向量分解定理的应用	第八章 立体几何初步	祖暅原理与柱体、锥体的体积		几何体中的动点轨迹问题		蒲丰投针问题
	正弦定理、余弦定理的应用 1		一道线面平行问题的探究	第九章 统计	总体取值规律的估计 (一)	数据分析	

选择性必修第一册

章节	实验主题	章节	实验主题	章节	实验主题	章节	实验主题
第一章 空间向量与立体几何	用空间向量研究距离、夹角问题	第二章 直线和圆的方程	一道和圆有关的最值问题	第三章 圆锥曲线的方程	一道关于椭圆的轨迹问题 1	第三章 圆锥曲线的方程	一道抛物线的轨迹问题探究 1
	思维空间中的向量		圆的中点弦问题		一道关于椭圆的轨迹问题 2		一道抛物线的轨迹问题探究 2
第二章 直线和圆的方程	过交点的直线系		一道圆的切线问题探究		一道关于椭圆的轨迹问题 3		一道抛物线的轨迹问题探究 3
	一道不等式问题的探究		圆的弦长最值问题		椭圆的离心率		一道抛物线的轨迹问题探究 4
	一道圆的轨迹问题 1		一道点到直线距离问题的探究		椭圆的第二定义		圆锥曲线的光学性质
	一道圆的轨迹问题 2		平行直线间距离		椭圆定义的应用		一个圆锥曲线的性质探究
	一道圆的轨迹问题 3	圆中的定点问题	双曲线的定义	椭圆中的定点问题			
	一道圆的轨迹问题 4	圆锥曲线方程	一道圆锥曲线轨迹问题的探究	双曲线中的定点问题			
圆的参数方程	第三章 圆锥曲线的方程	椭圆定义的探究 (模具)	双曲线的渐近线				
圆和圆的位置关系		椭圆定义的探究 (网络画板)	抛物线的定义				

选择性必修第二册

章节	实验主题	章节	实验主题	章节	实验主题	章节	实验主题
第四章 数列	斐波那契数列	第四章 数列	等差数列前 n 项和的最值探究	第五章 一元函数的导数及其应用	导数的几何意义	第五章 一元函数的导数及其应用	切线不等式
	等差数列通项公式		等比数列通项公式的探究		牛顿法——用导数方法求方程的近似解		一元三次函数的性质探究
	等差数列的一个性质探究		一道等比数列问题的探究		函数单调性与导数的正负关系		一道最值问题的探究
	一道等差数列问题的探究	第五章 一元函数	高台跳水运动员的速度		函数增长快慢的探究		一个函数图象的探究

	等差数列前 n 项和的探究	的导数及其应用	抛物线的切线的斜率		函数的极值	
--	-----------------	---------	-----------	--	-------	--

选择性必修第三册

章节	实验主题	章节	实验主题	章节	实验主题	章节	实验主题
第六章计数原理	二项式系数的性质	第七章 随机变量及其分布	高尔顿板实验	第七章 随机变量及其分布	二项分布的性质	第七章 随机变量及其分布	概率分布图及概率计算
第七章 随机变量及其分布	随机变量均值与样本均值的关系		摸球实验		正态分布的性质	第八章 成对数据的统计分析	散点图及变量的相关性

表 2：网络画板平台实验资源示例

实验主题	素养目标	实施过程	试验层次	课型	使用说明	资源信息（网址链接、二维码）	
指对函数图象的关系	直观想象 逻辑推理	点击“移动点 A”按钮，通过观察指数函数与对数函数的图象关系，从点坐标的对称关系引发二者图象的对称性。从而引发反函数概念的教学	第二层次 操作探究 交流讨论	课堂微实验	动作按钮， 调整参数	https://www.netpad.net.cn/svg.html#share/885a01f0-3cb5-11ec-ab7c-312ec1612615	
三角函数的横轴平移变换	直观想象 逻辑推理	点击“移动点 A”按钮，通过观察相等纵坐标时对应点横坐标的关系理解三角函数在横轴平移变换时的口诀——“左加右减”，并借助换元法对其原因进行分析。	第二层次 操作探究 交流讨论	课堂微实验	动作按钮， 调整参数	https://www.netpad.net.cn/svg.html#share/c8505de0-3cb5-11ec-ab7c-312ec1612615	
三角函数的横轴伸缩变换	直观想象 逻辑推理	点击“移动点 A”按钮，通过观察相等纵坐标时对应点横坐标的关系理解三角函数在横轴伸缩变换时的坐标变化，并借助换元法对其原因进行分析。	第二层次 操作探究 交流讨论	课堂微实验	动作按钮， 调整参数	https://www.netpad.net.cn/svg.html#share/DCF45fC0-3cb6-11ec-ab7c-312ec1612615	
正态分布密度曲线	直观想象 逻辑推理	通过滑块改变 μ 与 δ 的值，观察图象的变化，研究随着数学期望与方差的变化，图象会发生怎样的变化。	第二层次 操作探究 交流讨论	课堂微实验	动作按钮， 调整参数	https://www.netpad.net.cn/presentationEditor/presentationPlay.html#share/99601c90-3cb6-11ec-ab7c-312ec1612615	
一道圆中最值问题的探究	直观想象 数学运算 逻辑推理	通过对 2014 年北京文科高考第 7 题的分析及变式探究，培养学生思维的灵活性，提高分析问题和解决问题的能力。	第二层次 操作探究 交流讨论	课堂微实验	问题串引导，动作按钮，参数调整	https://www.netpad.net.cn/svg.html#share/353f5ef0-3cb7-11ec-ab7c-312ec1612615	
抛物线的定义	直观想象 逻辑推理	利用信息及技術作图，定直线 l 上一动点 H 与一定点 F 连线的中垂线，与过点 H 垂直于直线 l 的直线相交，所得交点的轨迹为抛物线，通过轨迹的形成过程探究抛物线的定义。	第二层次 操作探究 交流讨论	课堂微实验	抛物线的定义	https://www.netpad.net.cn/svg.html#share/011b0600-3cb8-11ec-ab7c-312ec1612615	
椭圆的定义	直观想象 数学运算 逻辑推理	对“平面内到两个动点的距离之和为定值”这一几何条件的探究，通过分析圆中动点所得轨迹满足的几何条件，得出椭圆定义。	第二层次 操作探究 交流讨论	课堂微实验	动作按钮， 参数调整	https://www.netpad.net.cn/presentationEditor/presentationPlay.html#share/e2ec7590-3cb4-11ec-ab7c-312ec1612615	

对重要不等式链的探究	逻辑推理 数学建模 直观想象	利用圆的几何性质,通过构造直角三角形可以实现几何表示,逐渐将不等式中的各个式子以几何直观的形式呈现出来.	第二层次 操作探究 交流讨论	校本课探 究实验	动作按钮, 逐步实施	https://www.netpad.net.cn/svg.html#share/6ec7e930-3c53-11ec-ab7c-312ec1612615	
探究双勾函数的图象与性质	直观想象 逻辑推理	通过函数 $y=x$ 、 $y=1/x$ 与 $y=x+1/x$ 的研究,引导学生了解通过用加、减、乘、除等运算可以构成新函数,对新函数的研究方法进行归纳.将特殊的双勾函数拓展到一般情况,探究参数对函数性质的影响。	第二层次 操作探究 交流讨论	课堂微实 验或校本 课探究实 验	动作按钮, 调整参数	https://www.netpad.net.cn/svg.html#share/1857a800-3c54-11ec-ab7c-312ec1612615	
探究二次对勾函数的图象与性质	直观想象 逻辑推理	对勾函数的拓展,学生学习中的误区之一,通过对函数图象和性质的探究,分清二次对勾与对勾函数的区别,培养学生思维的缜密性。	第二层次 操作探究 交流讨论	课堂微实 验或校本 课探究实 验	动作按钮, 调整参数	https://www.netpad.net.cn/presentationEditor/presentationPlay.html#share/6b3d4660-3c54-11ec-ab7c-312ec1612615	
一道点到直线距离问题的探究	直观想象 逻辑推理	利用点到直线距离解决和最小、差最大问题,也叫“将军饮马问题”,体现对称性在解决最值问题中的应用。	第三层次 问题引导 自行实验	校本课探 究实验或 社团活动	动作按钮, 调整参数	https://www.netpad.net.cn/svg.html#share/ae1872c0-3c54-11ec-ab7c-312ec1612615	
平行直线间距离	直观想象 数学运算 逻辑推理	利用信息技术动态变化两条直线位置,观察平行直线间的距离变化情况,探究距离的最值,体现运动变化中的不变性在研究问题中的作用。	第三层次 问题引导 自行实验	校本课探 究实验或 社团活动	动作按钮, 调整参数	https://www.netpad.net.cn/presentationEditor/presentationPlay.html#share/ffa9a30-3c54-11ec-ab7c-312ec1612615	
圆锥曲线方程	直观想象 逻辑推理	用一个平面截圆锥时,改变圆锥的轴与截面所成的角,所得截面曲线的探究。	第一层次 观察演示 思考讨论	课堂微实 验	动作按钮, 调整参数	https://www.netpad.net.cn/svg.html#share/50452c00-3c55-11ec-ab7c-312ec1612615	
一道关于椭圆的轨迹问题 1	直观想象 数学运算 逻辑推理	在定圆 $x^2+y^2=4$ 上取一个定点 P,过定点 P 做 x 轴的垂线,探究垂线中点的轨迹.推广到不是中点的情况(115 页综合运用问题)。	第二层次 操作探究 交流讨论	课堂微实 验	动作按钮, 调整参数	https://www.netpad.net.cn/presentationEditor/presentationPlay.html#share/52d86490-3c56-11ec-ab7c-312ec1612615	
一道关于椭圆的轨迹问题 2	直观想象 数学运算 逻辑推理	取 x 轴上关于原点对称的两个定点(长轴的两个端点),探究一个动点与这两个定点连线的斜率之积为定值的点轨迹.将长轴推广到椭圆的任意直径.还可推广到双曲线(第 121 页探究)	第二层次 操作探究 交流讨论	课堂微实 验	动作按钮, 调整参数	https://www.netpad.net.cn/presentationEditor/presentationPlay.html#share/ebd6f530-3c56-11ec-ab7c-312ec1612615	
椭圆的离心率	直观想象 逻辑推理	探究问题“如何用适当的量定量刻画椭圆的扁平程度”,引导学从基本量间的关系进行探究,得出离心率的定义,归纳离心率的变化与椭圆的扁平程度的联系。	第三层次 问题引导 自行实验	课堂微实 验	动作按钮, 调整参数	https://www.netpad.net.cn/presentationEditor/presentationPlay.html#share/lcc7750-35fe-11ec-ab7c-312ec1612615	
双曲线的渐进线	直观想象 数学运算 逻辑推理	直观得到双曲线的渐近线,然后用曲线上动点到直线的距离定量研究双曲线的渐进线,理解“渐进”的含义。	第二层次 操作探究 交流讨论	课堂微实 验或校本 课探究实 验	动作按钮, 参数调整	https://www.netpad.net.cn/presentationEditor/presentationPlay.html#share/202a8ce0-3863-11ec-ab7c-312ec1612615	

圆中的定点问题	直观想象 数学运算	通过猜想、探究、验证一类动圆过定点问题，引导学生类比到椭圆、双曲线进行进一步的思考和探究。	第二层次 操作探究 交流讨论	课堂微实验 或校本 课探究实 验	问题串引 导，动作按 钮，逐步实 施	https://www.netpad.net.cn/svg.html#share/91deabd0-3cb1-11ec-ab7c-312ec1612615	
椭圆中的定点问题	直观想象 逻辑推理 数学运算	椭圆长轴的两个端点与椭圆上动点的连线，与定直线相交时动圆过定点的探究，通过参数的改变观察、猜想，然后得出结论，培养学生的观察问题、分析问题能力。	第二层次 操作探究 交流讨论	课堂微实 验	动作按钮， 参数调整	https://www.netpad.net.cn/presentationEditor/presentationPlay.html#share/aad633e0-3cb3-11ec-ab7c-312ec1612615	
双曲线中的定点问题	直观想象 逻辑推理 数学运算	双曲线的两个实轴顶点与双曲线上动点的连线，与定直线相交时动圆过定点的探究，通过参数的改变观察、猜想，然后得出结论，培养学生的观察问题、分析问题能力。	第二层次 操作探究 交流讨论	课堂微实 验	动作按钮， 参数调整	https://www.netpad.net.cn/presentationEditor/presentationPlay.html#share/6eebcd0-3cb4-11ec-ab7c-312ec1612615	

四、典型案例

(一) 课堂微实验

数学是一门逻辑性、抽象性都很强的学科，数学对象往往蕴含着多个要素，但是，从纯数学的眼光来看，无论从哪个角度和侧面，有些抽象的内容并不容易直观的观察与感知，并不是总能做到清晰自然，如函数动态的变化过程，几何概念的外延的背景等。数学概念的抽象概括性与形象思维之间的沟壑是知识内化的障碍，如果借助于信息技术，实现“静态概念，动态演绎”，让静态的概念在引入、理解、深化的过程中动起来，借助于直观思维和形象思维帮助学生真正理解、掌握、运用概念。结合课堂教学中的重、难点知识，我们设计了大量的课堂微实验，帮助学生理解数学知识和概念。

网络画板的演示与图形生成化功能，让抽象的数学知识、概念等学习变得更加直观，揭示知识之间的内在联系，促进知识的发生发展过程，激发学生的想象力和抽象思维，推动学生更好地消化吸收知识；网络画板中伸缩拖拽功能可以帮助学生直观地、动态地观察图形的变化过程，理解不同几何形状之间的相互关系，可以帮助学生用做实验的方式发现数学规律和提出假设，并进行推理与证明，使学生的学习从记忆概念、原理变为自主探究归纳，实现了数学学习的转变。

案例一 函数 $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ ($a \neq 0$) 的性质探究实验

【实验目标】

通过对参数 a 的分类讨论，得出函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$ 的相关性质；在此基础上，通过对参数 a, b 的分类讨论，探究函数 $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ 的性质。在探究过程中，渗透探究函数性质的一般方法，让实验者体会数形结合和分类讨论的数学思想。

【实验类型】思维性数学实验教学

【实验工具】直尺、铅笔、信息技术（网络画板课件可扫描二维码进入）

【实验过程与分析】

1. 探究参数 a 对函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$ 的影响

(1) 当 $a > 0$ 时, 这个函数的定义域、值域是怎样的? 单调性、奇偶性、最值又是怎样的? 由于 a 的值是不确定的, 你打算怎样探究这些性质呢? 它还有什么其它性质吗?

在同一直角坐标系中, 作出 $f(x) = x + \frac{1}{x}$, $g(x) = x + \frac{2}{x}$, $h(x) = x + \frac{1}{2x}$ 的图像, 并思

考参数 $a(a > 0)$ 对函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$ 的影响.

观察图像, 并填表.

	定义域	值域	单调性	奇偶性	最值
$f(x) = x + \frac{1}{x}$					
$g(x) = x + \frac{2}{x}$					
$h(x) = x + \frac{1}{2x}$					

结合上面具体实例, 学生交流、分析、总结当参数 $a > 0$ 时, 参数 a 对函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$ 的图像的作用. 然后利用网络画板的动态演示过程, 总结和验证当参数 $a > 0$ 时, 参数 a 对函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$ 的图像的影响规律.

(2) 当 $a < 0$ 时, 你还能按上面的思路进一步探究这个函数的性质吗?



在同一直角坐标系中, 作出 $f(x) = x - \frac{1}{x}$, $g(x) = x - \frac{2}{x}$, $h(x) = x - \frac{1}{2x}$ 的图像, 并思

考参数 $a(a < 0)$ 对函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$ 的影响.

	定义域	值域	单调性	奇偶性	最值
$f(x) = x - \frac{1}{x}$					
$g(x) = x - \frac{2}{x}$					
$h(x) = x - \frac{1}{2x}$					

结合上面具体实例, 学生交流、分析、总结当参数 $a < 0$ 时, 参数 a 对函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$ 的图像的作用. 然后利用网络画板的动态演示过程, 总结和验证当参数 $a < 0$ 时, 参数 a 对

函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$ 的图像的影响规律.



综合上述分析, 师生总结如下:

$f(x) = x + \frac{a}{x}$	$a > 0$	$a < 0$
定义域	$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$	
值域	$(-\infty, -2\sqrt{a}) \cup (2\sqrt{a}, +\infty)$	R
奇偶性	奇函数	
单调性	单调递增区间 $(-\infty, -\sqrt{a}), (\sqrt{a}, +\infty)$	单调递增区间 $(-\infty, 0), (0, +\infty)$
	单调递减区间 $(-\sqrt{a}, 0), (0, \sqrt{a})$	无单调递减区间
最值	无	
渐近线	y 轴和直线 $y = x$	y 轴
零点	无	$\pm\sqrt{-a}$

2. 探究参数 a, b 对函数 $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ 的影响

类比上述方法, 你能继续探究函数 $f(x) = ax + \frac{b}{x}, (ab \neq 0)$ 的性质吗?

填写下表, 分析参数 $a, b (ab \neq 0)$ 对函数 $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ 的影响.

$f(x) = ax + \frac{b}{x}$	$a = 2, b = 3$	$a = 2, b = -3$	$a = -2, b = 3$	$a = -2, b = -3$
定义域				
值域				
奇偶性				
单调性				
最值				
渐近线				
零点				

结合网络画板的动态演示, 验证参数 a, b 不同取值对函数图像的影响.



总结得出：函数 $f(x) = ax + \frac{b}{x}$, ($ab \neq 0$) 的性质.

$f(x) = ax + \frac{b}{x}$	$a > 0, b > 0$	$a > 0, b < 0$
定义域	$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$	
值域	$(-\infty, -2\sqrt{ab}) \cup (2\sqrt{ab}, +\infty)$	R
奇偶性	奇函数	
单调性	单调递增区间 $(-\infty, -\sqrt{ab}), (\sqrt{ab}, +\infty)$	单调递增区间 $(-\infty, 0), (0, +\infty)$
	单调递减区间 $(-\sqrt{ab}, 0), (0, \sqrt{ab})$	无单调递减区间
最值	无	
渐近线	y 轴和直线 $y = ax$	y 轴
零点	无	$\pm\sqrt{-\frac{b}{a}}$

【实验效果评价】

对函数 $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ ($ab \neq 0$) 的探究, 一方面可以巩固研究函数的一般过程与方法, 另一方面可以加深学生对含参数问题的认识和理解. 对于函数的性质探究, 尤其是含参数问题的讨论是教学中的一个难点, 需要在对参数赋值的具体函数起步, 通过对具体问题的分析打开一般结论 (规律) 的通道. 在本实验中, 主要通过对参数 a, b 的分类探究, 利用严格的逻辑推理和直观的数形结合的方式进行验证、探究. 在作图过程中观察图像, 寻找规律, 验证结论, 填写实验报告, 并获得数学现实. 这一过程中学生可以体验到数学发现和创造的魅力, 不仅利于培养学生的思维能力和动手能力, 而且有利于培养学生的创新意识和探索能力.

(二) 校本课实验案例

对于一些拓展性的知识和跨章节的专题学习, 我们开设了校本课程进行拓展研究. 网络画板的作图、变换、动态测量、逻辑动画、代数分析等功能为学生探究性地构建知识提供软件支持和环境支持, 还为学生进行必要的知识猜想提供技术平台引导学生在具体的探究活动中体验和反思, 形成自觉运用这些思想方法的习惯和能力.

案例二 探究频率随机性与稳定性的硬币试验

【实验目的】

通过实操抛掷两枚质地均匀的硬币，计算事件 A=“一正一反”发生的频率，观察随着试验次数的增加，频率的变化规律，提炼频率具有随机性和稳定性这两个性质，确认通过大量重复试验后的频率估计概率这一方法的合理性. 让学生在实验操作过程中体会逼近、极限思想，同时体会现代信息技术在替代人工进行大量模拟试验方面的优越性，激发学生学习信息技术的兴趣，培养学生动手操作能力，发展学生数据分析核心素养，同时渗透数学文化.

【实验内容】

- 1.在50次的硬币抛掷试验中，体会随着试验次数的增加，频率变化的随机性，提高对用频率估计概率这一求概率近似值这一方法的认识；
- 2.在观察5000次的计算机模拟硬币抛掷试验中，观察随着试验次数的增加，频率体现出的稳定性.加深对频率与概率之间的关系的理解.

【实验方法】

动手操作抛掷两枚质地均匀的硬币 50 次，将试验数据记录到纸质表格中，并利用 EXCEL 表格记录抛掷两枚质地均匀的硬币 5000 次.

【预备知识】

- 1.概率的定义：随机事件发生的可能性大小的度量.
- 2.古典概型及其概率计算公式：若试验 E 满足：①试验发生的所有样本点的可能性相等；②试验发生的所有样本点只有有限个.则称试验 E 为古典概型试验，该模型称为古典概型.

其事件概率计算公式为 $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

- 3.求事件概率的方法：①古典概型；②通过大量试验，用频率估计概率.

【实验过程】

活动一 抛掷两枚完整无损的 1 元硬币 50 次，记录并分析数据

在重复试验中，频率的大小是否就决定了概率的大小？唯一的验证方式就是实际动手进行试验.

步骤 1 准备工作：准备好一张面积较大的桌子，以及两枚完整无损的 1 元硬币，做好抛掷硬币的准备.

步骤 2 执行试验：将两枚硬币拿起，手放置于与视线相持平的位置，松手让硬币自然落下，待硬币在桌上落定，观察试验结果，如果两枚硬币面朝上的结果为一正一反，在表 1-1 的“频数累计”一栏填写“正”字的一画，并记下当前试验总次数，否则仅记下试验总次数即可，如此往复进行 50 次试验，期间每进行 10 次试验后，频数累计需进入下一栏统计，并叠加上一栏的已有笔画，直至 50 次试验完成，共需叠加 4 次频数累计.

步骤 3 数据统计：根据表 1-1 中已有信息，分别统计出 10、20、30、40、50 次试验时“一正一反”发生的试验次数，填入“频数”对应栏中，然后计算该“频数”与对应“n”的比值，即 $\frac{\text{频数}}{n}$ ，保留小数点后 2 位小数，填入“频率 $f_n(A)$ ”一栏中，完成表 1-1 的填写工作.

步骤 4 数据分析：观察表 1-1 中频率数据，思考问题：①在重复试验中，频率的大小是否就决定了概率的大小？②频率的变化是否有规律？如果有，请描述规律，如果没有，请概括频率的无规律特点代表频率具有什么性质？

表 1-1 50 次试验频率数据结果汇总表

试验次数 n	n=10	n=20	n=30	n=40	n=50
频数累计					
频数					

频率 $f_n(A)$					
-------------	--	--	--	--	--

【设计意图】

通过 50 次试验的动手操作，学生可以体会到在试验的执行过程中，频率会出现极大的不确定性，即使在已知概率应为 0.5 的前提下，频率仍旧会在 50 次试验中出现随机的波动，而且很大几率在 50 次的试验中，频率并不能充分的体现出走向稳定的趋势，因此实操过程非常利于学生提炼出频率具有随机性的特点。同时，初中已有的知识基础一定程度上会误导学生认为随着试验次数的增加，频率就是会向着概率趋近。那么在实际操作的过程中，这一错误观点就会和实际情况产生认知冲突，引导学生向正确的方向理解。

活动二 借助计算机模拟硬币试验 5000 次，记录并分析数据

由活动一的 50 次硬币试验，我们已经知道了频率是具有随机性的，即实验次数相同，不同试验的频率仍有可能不同。那么，初中叙述的随着试验次数的增加，频率逐渐稳定在一个常数附近是否成立？应当如何验证？频率究竟与概率有什么关系？

【设计 1】网络画板模拟实验：

步骤 1 用下面网址链接或二维码进入网络画板课件，点击“说明”按钮；

<https://www.netpad.net.cn/presentationEditor/presentationPlay.html#share/9f463ca0-3be6-11ec-ab7c-312ec1612615>



步骤 2 点击“抛掷硬币”按钮模拟实验，屏幕上自动统计正反面出现的频数和频率绘制条形图，观察实验数据的变化，直至实验次数达到要求；

步骤 3 观察屏幕上的正面向上、反面向上的频数和条形图的频率值，记录下来；

步骤 4 多次重复实验，思考问题：①在重复试验中，频率与概率有什么关系？②频率的变化是否有规律？偏差概率的变化是否有规律？频率与偏差概率哪个特征更加明显？应当如何理解频率具有稳定性？

【设计 2】EXCEL 文件模拟实验

步骤 1 准备工作：打开 EXCEL 文件“10.3 硬币试验”，进入“6 组试验 5000 次”子表。

步骤 2 执行试验：在表格任意空白单元格输入几个数字，然后将内容删去，敲击“回车”键，即可看到表格中的随机模拟数据发生更新，代表计算机已经代替我们完成了 5000 次硬币抛掷试验。

步骤 3 数据统计：打开 EXCEL 文件“10.3 硬币试验”中的“频率统计结果”子表，点击刷新，任选表格中的 1 组数据，将频率结果记入表 1-2 中“频率 $f_n(A)$ ”一栏。打开 EXCEL 文件“10.3 硬币试验”中的“偏差概率统计结果”子表，点击刷新，任选表格中的 1 组数据，将频率结果记入表 1-2 中“偏差概率 $P(|f_n(A) - 0.5| \leq 0.05)$ ”一栏，完成表 1-2 的填写工作。

步骤 4 数据分析：观察表 1-2 中偏差概率数据，思考问题：①在重复试验中，频率与概率有什么关系？②频率的变化是否有规律？偏差概率的变化是否有规律？频率与偏差概率哪个特征更加明显？应当如何理解频率具有稳定性？

表 1-2 5000 次试验偏差概率数据结果汇总表

试验次数 n	n=10	n=50	n=100	n=1000	n=5000
--------	------	------	-------	--------	--------

频率 $f_n(A)$					
偏差概率 $P(f_n(A) - 0.5 \leq 0.05)$					

【设计意图】

通过 5000 次试验的计算机模拟，学生可以体会到在试验的执行过程中，信息技术的不可替代性。同时在偏差概率的计算中发现，频率的随机性无可避免，因此直接表述频率与概率的关系并不现实，但偏差概率却只在较少试验次数时受到频率随机性的影响，而试验次数较大时，偏差概率会出现单调递增的特点，由此就可以使用“频率波动幅度较小的可能性变大”来描述频率与概率的关系，进而提升对频率、概率关系的理解。

【实验结论】

大量试验表明，在任何确定次数的随机试验中，一个随机事件 A 发生的频率具有随机性。一般地，随着试验次数 n 的增大，频率偏离概率的幅度会缩小，即事件 A 发生的频率会逐渐稳定于事件 A 发生的概率。我们称频率的这个性质为频率的稳定性。因此，我们可以用频率估计概率。

【资源创设】

网络画板平台实验，硬币试验 EXCEL 数据汇总文件的制作。

【实验效果评价】

初中对频率与概率关系的认识为随着大量重复试验的进行，频率会逐渐稳定在一个常数附近，这个常数就是概率。经过硬币实验的体验，发现这一说法并不严谨，而且内容非常笼统。真正频率与概率的关系，应当是当试验次数较大时，随着试验次数的增加，频率接近概率的可能性会更大。只有在动手实操的过程中，才能对这一概念有更加准确和直观的了解，由于需要大量数据的分析，借助 Excel 表格可以让学生亲手操作，从中体会数据分析的完整过程，很好地培养了学生的统计思维。

（三）社团课实验案例

数学教学的目的不仅是帮助学生理解掌握数学知识，更重要的是发现知识探寻规律，而实验无疑是丰富学生体验的重要手段和路径，在对实验素材进行数学化操作中产生归纳假设，在分析、修改、验证猜想中形成认知体验，从而实现在做（建构）数学中学（理解）数学、用（解释）数学。网络画板是一个数学爱好者的移动数学实验室，不仅能进行自主探究动态演示，还有非常好的交流共享功能。网络画板上的教学资源实质上是一个网页的链接，在互联网上可自由分享，通过转发链接或扫描二维码，可方便快捷的将资源分享到各种社交平台，如微信，微博，QQ 空间等。在社团课探究活动中，学生除了用网络画板进行探究学习、数据处理等，小组成员之间可以非常方便地进行生成、修改和发布，充分激发学生潜能，促使学习者由被动学习者向主动学习者转变。

案例三 测量学校内、外建筑物的高度

【实验目的】运用所学知识解决实际测量高度的问题，体验数学建模活动的完整过程。组织学生通过分组、合作等形式，完成选题、开题、做题、结题四个环节。

【实验情境】给出下面的测量任务：

- (1) 测量本校的一座教学楼的高度；
- (2) 测量本校的旗杆的高度；
- (3) 测量学校墙外的一座不可及，但在学校操场上可以看得见的物体的高度。

可以每 2~3 个学生组成一个测量小组，以小组为单位完成；各人填写测量课题报告表（见表 2），一周后上交。

表 2 测量课题报告表

项目名称：_____ 完成时间：_____

1.成员与分工	
姓名	分工
2.测量对象 例如，某小组选择的测量对象是：旗杆、教学楼、校外的 XX 大厦。	
3.测量方法（请说明测量的原理、测量工具、创新点等）	
4.测量数据、计算过程和结果（可以另外附图或附页）	
5.研究结果（包括误差分析）	
6.简述工作感受	

【教学过程】

教师可以对学生的工作流程提出如下要求和建议。

- (1) 成立项目小组，确定工作目标，准备测量工具。
- (2) 小组成员查阅有关资料，进行讨论交流，寻求测量效率高的方法，设计测量方案（最好设计两套测量方案）。
- (3) 分工合作，明确责任。例如，测量、记录数据、计算求解（可用网络画板进行数据分析、函数模拟）、撰写报告的分工等。
- (4) 撰写报告，讨论交流。可以用照片、模型、PPT 等形式展现获得的成果。

根据上述要求，每个小组要完成以下工作。

(1) 选题

本案例活动的选题步骤略去。

(2) 开题

可以在课堂上组织开题交流，让每一个项目小组陈述初步测量的方案，教师和其他同学可以提出质疑。例如：

如果有学生提出要测量仰角来计算高度，教师可以追问：怎么测量？用什么工具测量？目的是提醒学生，事先设计出有效的测量方法和实用的测量仪器。

如果有学生提出要通过测量太阳的影长计算高度，教师可以追问：几时测量比较好？如

果学生提出比较测量物和参照物的影长时,教师可以追问:是同时测量好,还是先后测量好?目的是提醒学生注意测量的细节。

如果有学生提出用照相机拍一张测量对象和参照物(如一个已知身高的人)的合影,通过参照物的高度按比例计算出楼的高度。教师可以追问:参照物应该在哪里?与测量对象是什么位置关系?目的是提醒学生注意现实测量与未来计算的关联。

在讨论的基础上,项目小组最终形成各自的测量方案。讨论的目的是让学生仔细想清楚测量过程中将使用的数学模型,这样可以减少实践过程中的盲目性,培养学生良好的思维习惯;同时可以让学生意识到,看似简单的问题,也有许多需要认真思考、认真对待的东西,促进科学精神的形成。

(3) 做题

一句小组的测量方案实时测量。尽量安排各个小组在同一时间进行测量,这样有利于教师的现场观察和管理。教师需要提醒学生,要有分工、合作、责任落实到个人。

在测量过程中,教师要认真巡视,记录那些态度认真、合作默契、方法恰当的测量小组和个人,供讲评时使用。特别要注意观察和发现测量中出现的问题,避免因为测量方法不合理产生较大误差,当学生出现类似的问题时,教师要把问题看做极好的教育契机,启发学生分析原因,引导他们发现出现问题的原因、寻求解决问题的办法。

(4) 结题

在每一位学生都完成“测量报告”后,可以安排一次交流讲评活动,遴选的交流报告最好有鲜明的特点,如测量结果准确,过程完整清晰,方法有创意,误差处理得当,报告书写规范等;或者测量的结果出现明显误差,使用的方法不当。交流讲评往往是数学建模过程中最为重要的环节,可以使学生在这一过程中相互借鉴,共同提高。(有关测量评价的讨论参见案例 19)

【分析】测量高度是传统的数学应用问题,这样的问题有助于培养学生分析解决问题、动手实践、误差分析等方面的能力。测量模型可以用平面几何的方法,例如,比例线段、相似形等;也可以用三角的方法,甚至可以用物理的方法,例如,考虑自由落体的时间;等等。应鼓励学生在合作学习的基础上,自主设计、自己选择测量方法解决问题。

这样的教学活动,因为问题贴近学生的生活,学生比较容易上手、采用选题、开题、做题、结题四个环节实施数学建模活动,能够使学生在做中学、在学中做,从中体会数学的应用价值,并且展现个性,尝试创新。

【拓展】鼓励学生提出新的问题,积累数学建模资源。例如:

1. 本市的电视塔的高度是多少米?
2. 一座高度为 H m 的电视塔,信号传播半径是多少?信号覆盖面积有多大?
3. 找一张本市的地图,看一看本市的地域面积有多少平方千米?电视塔的位置在地图上的什么地方?按照计算得到的数据,这座电视塔发出的电视信号是否能覆盖本市?
4. 本市(外地)到北京的距离有多少千米?要用一座电视塔把信号从北京直接发送到本市,这座电视台的高度至少要多少米?
5. 如果采用多个中继站的方式,用 100 m 高的塔接力传输电视信号,问从北京到本地至少要建多少座 100 m 高的中继传递塔?
6. 考虑地球大气层和电离层对电磁波的反射作用,重新考虑问题 2, 4, 5。
7. 如果一座电视塔(例如 300 m 高)不能覆盖本市,请你设计一个多塔覆盖方案。
8. 至少发射几颗地球定点的通讯卫星,可以使其信号覆盖地球?
9. 如果我国要发射一颗气象监测卫星,监测我国的气象情况,请你设计一个合理的卫星定点位置或卫星轨道。
10. 在网上收集资料,了解有关“北斗卫星导航系统”的内容,在班里做一个相关内容的

综述，并发表对这件事的看法。

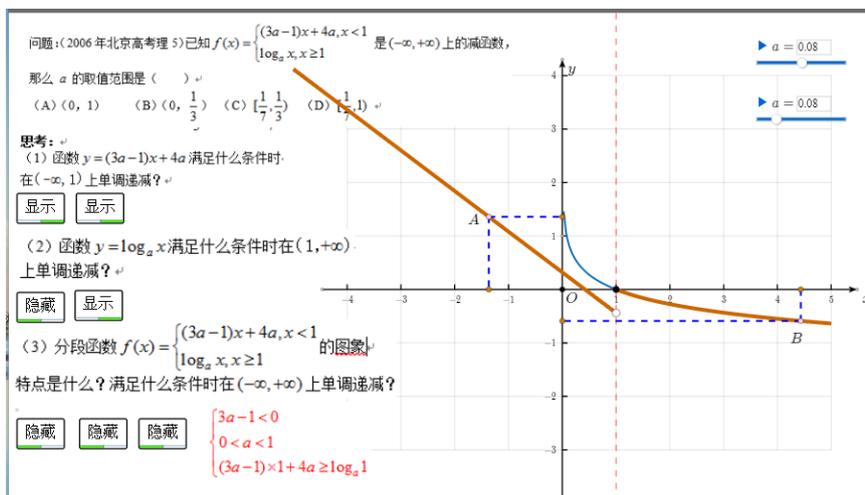
(四) 高考题探究实验

高考题是高中学生学习探究的热点和难点，对于一些重、难点的问题，我们邀请学校的特级教师和正高级教师进行问题的分析、实验的设计，建立了经典题的素材库，为师生提供教与学的资源。对于学生来说，不仅方便根据课堂需要随时调用，也能让课上没听懂的学生，课后能亲自操作软件，可反复多次学习，加深对课堂教学内容的理解。对于教师来说，网络画板有很好的资源共享、传播功能，首先用户不需要下载任何客户端，只要有互联网环境就可进行教学资源的获取、生成、修改和发布，其次网络画板上的教学资源可由互联网上的多个教师二次或多次协同生成，一个资源可结合多个教师的理解与认识，大大降低了学习与获取资源的难度，并且优秀的教学资源可以通过互联网迅速影响并帮助更多的学生。

案例四 分段函数的单调性（2006年北京高考第6题）

资源名称	资源内容	资源特点	培养的能力和素养	使用说明	资源信息（网址链接、二维码）	备注
分段函数的单调性	必修第一册 第三章	通过对分段函数的图象分析，根据函数单调性的定义，得出分段函数单调递减的条件，并推广到研究分段函数单调性的方法。	在探究过程中，渗透探究函数性质的一般方法，让实验者体会数形结合和分类讨论的数学思想。	拖动滑动条，通过 a 的变化观察函数图象的变化，在研究问题 (3) 时要使用第 2 个滑动条	 https://www.netpad.net.cn/resource_web/course/#/371857 编码: 371857	扫描二维码或在浏览器中输入网址可直接进入课件，编码需要在网络画板页面上进行搜索

附：网页内容



问题：(2006年北京高考理5) 已知 $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x+4a, & x < 1 \\ \log_a x, & x \geq 1 \end{cases}$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的减函数，那么 a 的取值范围是 ()

(A) $(0, 1)$ (B) $(0, \frac{1}{3})$ (C) $(\frac{1}{7}, \frac{1}{3})$ (D) $(\frac{1}{7}, 1)$

思考：

(1) 函数 $y = (3a-1)x + 4a$ 满足什么条件时在 $(-\infty, 1)$ 上单调递减？

(2) 函数 $y = \log_a x$ 满足什么条件时在 $(1, +\infty)$ 上单调递减？

(3) 分段函数 $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x+4a, & x < 1 \\ \log_a x, & x \geq 1 \end{cases}$ 的图象特点是什么？满足什么条件时在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减？

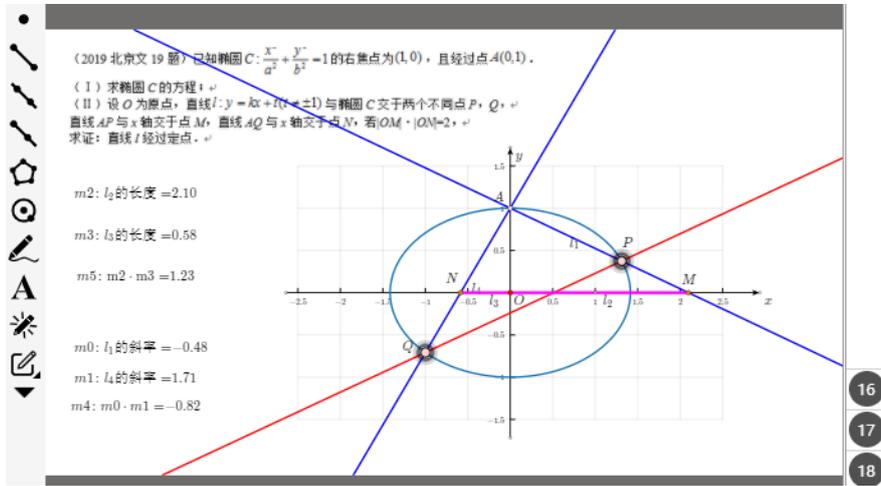
$$\begin{cases} 3a-1 < 0 \\ 0 < a < 1 \\ (3a-1) \times 1 + 4a \geq \log_a 1 \end{cases}$$

案例五 直线过定点问题的探究（2019北京文19题）

资源名称	资源内容	资源特点	培养的能力和素养	使用说明	资源信息（网址链接、二维码和课件编码）	备注
一道直线过定点问题的探究（2019北京文19题）	选择性必修一 第三章	通过动点的运动和线段的度量值，探究直线过定点问题。	在探究过程中，培养实验者直观想象和逻辑推理的数学素养。	拖动点 P 或点 Q，， 通动点的变化观察直线过定点问题。		扫描二维码或在浏览器中输入网址可直接进入课件，编码需要在网络画板页面上进行搜索

				https://www.netpad.net.cn/presentationEditor/presentationPlay.html#share/58daf610-a835-11eb-ab7c-312ec1612615 课件编码：1612615	
--	--	--	--	---	--

附：网页内容



五、基于数据分析的实证性研究示例

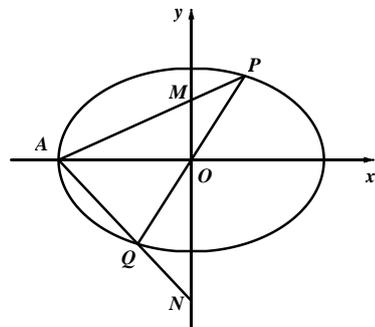
为了观测网络画板使用及数学实验教学方式对学生的数学学习能力和素养的影响，我们进行了前测、后测及数据分析，通过对《解析几何中圆过定点问题》、《二分法》等实验案例的比分析，通过描述性统计柱状图与箱线图，在已知各组差异显著的前提下，可以确定基于数学实验的数学教学在具有不同层次基础的学生群体中对学生数形结合能力的提升都有促进，融合数学实验的教学设计对优生提升直观想象核心素养的效果明显。

基于数据分析的即时分析式研究：高考题探究实验——《解析几何圆过定点问题》

1. 测试题目

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，短轴长为 $2\sqrt{2}$ 。

- (1) 求椭圆 C 的标准方程；
- (2) 如图，椭圆左顶点为 A ，过原点 O 的直线（与坐标轴不重合）



与椭圆 C 交于 P, Q 两点，直线 PA, QA 分别与 y 轴交于 M, N 两点。

试问以 MN 为直径的圆是否经过定点（与直线 PQ 的斜率无关）？请证明你的结论。

2. 被试的选取

本次测试的被试选取自北京市陈经纶中学 2018 级高三年级，其中在高三一轮复习《解析几何圆过定点问题》的复习课中参与了网络画板教学的学生共 30 人，本实验选取该 30 名学生形成实验组，并根据实验组学生平时的数学学习水平，从高三年级实验班中随机挑选 30 名与实验组被试学生成绩相近的 30 名未参与网络画板教学的学生形成对照组。

3. 《解析几何圆过定点问题》学习评价的数据结果及其分析

(1) 被试初始数据对比

表 1 不同组别初始基本数据

组别	总分均分	Sig	客观题 均分	Sig	主观题 均分	Sig	总分方 差
实验组	116.13	p=0.538	78.84	p=0.39	37.29	p=0.753	85.38
对照组	117.55		80.52		37.03		77.19

两个组的初始数据选自最近一次朝阳区统一测试，可以看出两个组从总分、客观题、主观题的均分以及总分方差差异均不大，并且各项均分的显著性检验结果均为差异不显著，可以比较充分的说明实验组与对照组的初始数学素养、能力差异不大，可以视为同一水平的两个组，进而表明后续经过基于网络画板的数学实验干预后产生的差异可以归因为不同方式的教学干预所带来的。

(2) 两个特殊变量的设置

变量名称	数形结合变量	代数运算变量
涵盖采分点	作图、猜测、几何转化	方程组运算、椭圆方程、设点、设直线、推导直线方程、推导点坐标、向量、数量积、同理推导、结论

以上特殊变量的设置用于后续数据分析之用，本文之后将直接使用对应变量名称进行描述。

(3) 不同组别学习评价总分基本数据结果

表 2 不同组别的描述性统计基础数据

	实验组	对照组
最高分	22	19
最低分	10	9
平均分	18.07	14.97
方差	11.638	11.275

从实验组与对照组的描述性统计结果看，不同组别之间应当存在差异，但无法从直观上判定两组差异较大，其中平均分实验组（18.07），明显高于对照组（14.97），方差两组差异较小，对照组略小（11.275），表明实验组与对照组的总分离散程度相近，这与学生的学习现状息息相关，由于高三年级正处于一轮复习阶段，同一水平的学生数学素养相近，知识掌握情况相近，因此两组的学生能力分布也应当相近，一定程度上解释了不同组别之间的数据离散程度相近这一现象。而在总分平均分的比较中，实验组均分较高，因此存在着对两组平均分进行显著性差异检验的必要。

(4) 不同组别学习评价总分的显著性差异分析

表3 不同组别总分的方差分析结果

方差来源	df	MS	F	Sig
组间变异	1	141.917	12.391	p<0.01
组内变异	57	11.453		
总数	58			

实验进行 2（实验组别）×1（总分）单因素方差分析，得到结果如上表所示。表中数据表明，实验组与对照组之间出现高度显著差异（ $p<0.01$ ），结合描述性统计结果，表明经过网络画板干预后的教学与传统的圆过定点问题教学相比对学生的学习效果产生了高度显著的提升。在已知总分具有显著差异的基础上，需进一步分析差异来源主要在哪里，以探究出网络画板对学生的哪些数学素养的提升产生正迁移作用。

(5) 不同组别学习评价数形结合变量、代数运算变量的显著性差异分析

表4 不同组别数形结合变量的方差分析结果

方差来源	df	MS	F	Sig
组间变异	1	105.221	56.097	p<0.01
组内变异	57	1.876		
总数	58			

实验进行 2（实验组别）×1（数形结合变量）单因素方差分析，得到结果如上表所示。表中数据表明，实验组与对照组之间出现高度显著差异（ $p<0.01$ ），其中实验组数形结合变量平均分（4.14），对照组数形结合变量平均分（1.47）。

表5 不同组别代数运算变量的方差分析结果

方差来源	df	MS	F	Sig
组间变异	1	2.740	0.442	p=0.509
组内变异	57	6.199		
总数	58			

实验进行 2（实验组别）×1（代数运算变量）单因素方差分析，得到结果如上表所示。表中数据表明，实验组与对照之间差异不显著（ $p=0.509$ ），同时 F 值极小表明了不同组别学生在代数运算环节上呈现出的特点相似度极高，其中实验组代数运算变量平均分（13.93），对照组代数运算变量平均分（13.50）。

结合描述性统计量，可以得到如下数据图表：

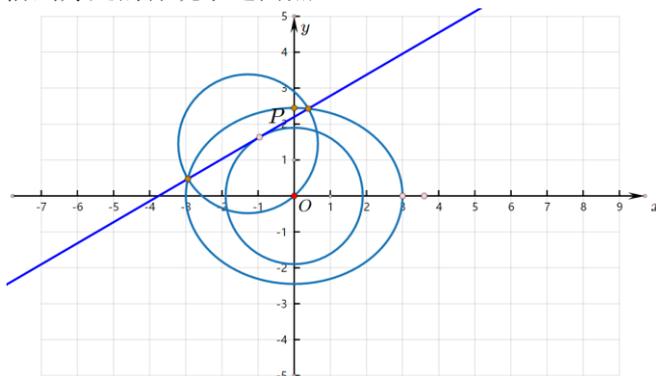
图1 实验组与对照组数形结合变量、代数运算变量、总分均分的显著性差异对比结果



根据以上数据分析结果，不难发现经过网络画板干预后，学生总分均分出现了显著性差异，实验组水平较高，同时可以看出两组的显著差异产生自数形结合变量，由于数形结合变量差异高度显著，实验组水平较高，同时代数运算变量没有显著差异，我们可以分析得出实

验组与对照组在数学运算素养上水平相当,这一点可从选取被试学生时两组学生数学成绩相当得到印证。而数形结合能力上实验组较高,说明网络画板的使用对学生数形结合能力的发展起到了较为明显的正迁移作用。

以上数据结果表明基于网络画板的数学实验在解析几何复习课上能起到比较明显的促进作用,具体产生的较为明显的正迁移作用体现在发展学生数形结合的能力上。因本测试题目核心的几何转化分析有两点,其一是通过动圆的运动轨迹发现其所过定点在坐标轴横轴上,同时借助特殊位置的选取可以进一步直接锁定定点坐标,从而将证明过程转化为一个验证的过程,达到减少未知量的效果;其二是通过观察动圆中定点的特性,结合圆的性质发现用圆周角垂直以及向量工具对定点进行刻画最为直接和简单,达到减元降次的效果。而结合数学实验的教学设计恰到好处的体现了这两点。



上图为圆过定点问题专题课堂上实际使用的网络画板课件,可以清晰的看到红色坐标原点为动圆的定点。在本测试题所对应的实际教学过程中,学生通过使用网络画板,参与到课堂上数学实验的环节中,获得了动手操作、直观感知的机会。凭借着自己亲身确认的过程,借助网络画板体会动圆的运动轨迹,在运动时容易发现动圆过定点这一事实,同时观察到定点应位于坐标原点,这就为之后的运算铺垫好了切入思路。从认知心理学的角度分析,学生在动手操作时获得的直观感受应当是本课时授课过程中印象最深的内容,所以在课后完成相关练习时,会形成主动地绘图、先猜后证的意识,这一思路在圆过定点问题求解中具有极大优势,学生在得到相关习题的反馈时,会进一步确认动手画图、猜测结论、先猜后证思路的重要性,为形成良好的几何转化能力、提升与发展直观想象核心素养打下基础。

结合以上分析,可以确定基于网络画板的数学实验会对学生直观想象素养产生促进提升作用,目前已知对学生数学运算素养提升作用不明显。故以下进一步分析学生直观想象素养提升程度的差异。

(6) 数学实验对不同层次学生直观想象素养的促进差异分析

① 实验组、对照组内部被试学生分层聚类分析

表 6-1 实验组聚类分析结果

分组情况	聚类中心	聚类案例数	Sig
1 (实验组学优生)	21	9	p<0.01
2 (实验组中学生)	19	15	
3 (实验组学困生)	11	5	

表 6-2 对照组聚类分析结果

分组情况	聚类中心	聚类案例数	Sig
4 (对照组学困生)	9	7	p<0.01
5 (对照组中学生)	15	8	
6 (对照组学优生)	18	15	

根据日常教学经验,大多数情况下不同班级或小组内部均会出现内部分层的情况,按照教育学一般规律,群体中约前 25%称为学优生,后 25%称为学困生,中间部分的 50%称为学中生,本文对实验组和对照组分别进行 3-均值聚类分析,得到结果如上表。首先以上聚类情况良好,显著性检验结果为高度显著,代表分类较为成功,表明学生基本数据较好的集中在以上三类聚类中心附近,根据聚类中心的大小,定义中心较大者为学优生群体,中心较小者为学困生群体,中心居中的为学中生群体,且从聚类案例数看,实验组聚类与一般规律相似度高,对照组分布规律与一般规律差异较大需在后续内容中进一步分析其形成原因。

② 各层次之间被试学生的显著性差异分析

表 7-1 两组学优、学中、学困生数形结合变量方差分析结果

方差来源	df	MS	F	Sig
组间变异	5	37.98	90.524	p<0.01
组内变异	53	0.42		
总数	58			

表 7-2 两组学优、学中、学困生数形结合变量事后检验结果

参与比较的聚类组别	Sig
实验优&实验中	
实验困&实验中	p<0.01
实验优&实验困	
对照优&对照中	p<0.01
对照优&对照困	
对照困&对照中	p=0.596
实验优&对照优	
实验优&对照中	p<0.01
实验优&对照困	
实验中&对照优	
实验中&对照中	p<0.01
实验中&对照困	
实验困&对照困	p<0.01
实验困&对照中	
实验困&对照优	p=0.552

实验进行 6(聚类分析组别)×1(数形结合变量)单因素方差分析,得到结果如上表所示。表中数据表明,实验组内部三个不同层次的学生群体数形结合变量差异显著;对照组内部学优生与学中、学困生数形结合变量差异显著,学中、学困生数形结合变量差异不显著;实验组学优生、学中生与对照组三个不同层次学生群体差异均显著;实验组学困生与对照组学优生差异不显著,与对照组学中、学困生差异均显著。结合相关描述性统计结果,绘制图表如下所示:

图 2-1 各层次之间被试学生的描述性统计箱线图

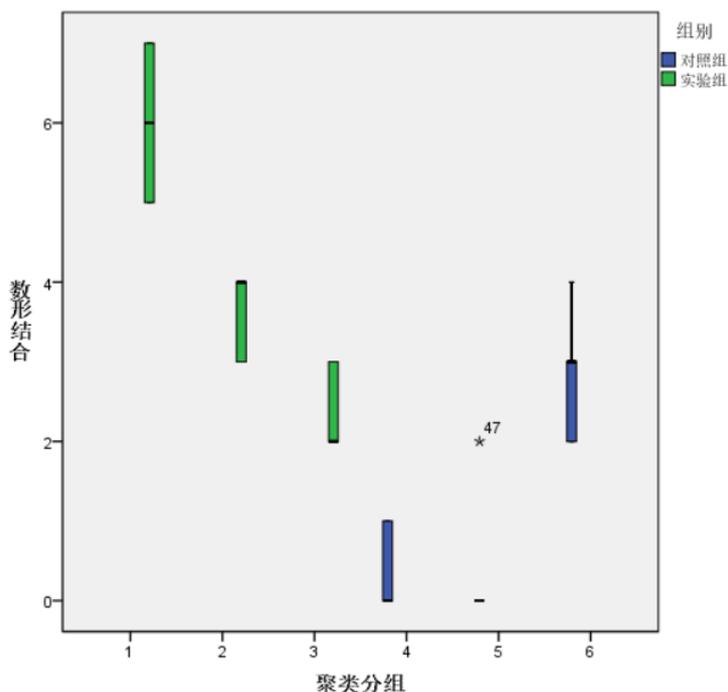
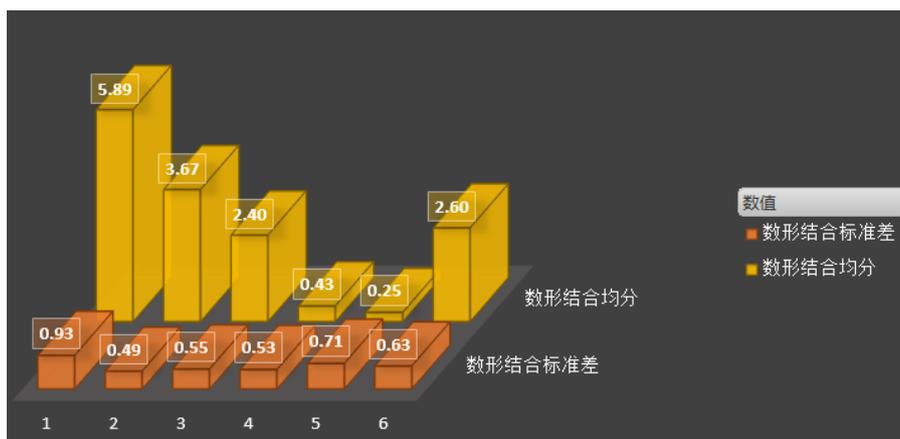


图 2-2 各层次之间被试学生的描述性统计柱状图



以上分析表明数学实验对不同层次的学生均有提升，层次越高的学生提升作用越大，层次较低的学生也可在圆过定点的几何情境中提升两个层次左右。说明基于网络画板的数学实验教学设计在解析几何专题——圆过定点问题中对学生学习可以产生较大的促进作用，具体表现在提升学生通过数形结合思想解决平面解析几何问题的能力上，进一步可以展望，平面解析几何中一些与几何转化有关的专题问题，借助网络画板辅助的数学实验教学环节都应对学生直观想象的数学素养有比较明显的促进、提升作用。

六、成果与展望

(一) 数学实验课程实施的主要成效

1. 有效地改进了学生的数学学习方式，提升了学习能力和学习效果

数学实验注重操作与实践，放手让学生动手操作，使抽象的理念具体化、直观化，可以有效地改变学生学习数学的方式，变被动学习为主动探究，增强思维的积极性和创新性，培

养学生动手能力、观察能力、思维能力,促进了实践能力、创新能力的培养。有助于学生数学抽象、逻辑推理、数学建模等素养的提升。

(1) 提高了学生的数学学习兴趣, 思维能力和数学素养有效发展

兴趣是学生学习的根本动力,是促使他们积极思考和主动学习的关键.只有学生产生了学习和探索的欲望,才能够全身心地投入到学习之中,也才能够支撑学生数学核心素养的不断发展。数学实验顺应学生喜欢动手操作、观察思考的特点,能丰富对数学发现过程的展示,挖掘数学直观性背景,充分激发学生的学习兴趣。通过数学实验动手操作、动脑思考的数学学习过程,让学生得以从生活经验和已有的知识背景出发,通过实验操作等手段,从直观、想象到发现、猜想,最后进行验证,从感性到理性掌握数学概念和命题,使学生亲历数学知识的建构过程,有利于学生数学抽象、逻辑推理、数学建模等素养的发展提升。

(2) 加深了学生数学学习的理解与感悟, 探究意识和创新能力得到提升

数学知识的表现形式为概念、法则、表达式、公理、定义等,是数学家将数学(活动)内容经过自己的组织(活动)而形成的。学生见到的是“完成了的数学”,是经过重新整理、组织过的系统化、形式化的数学。突出了理性特点,缺乏感性认识,数学实验教学的应用,将抽象化为直观、将静态化为动态、将结果化为过程,让数学教学内容的呈现符合高中生的思维特点,化理性认识为感性认识,正如波利亚所说的让学生“看到数学建造过程中的脚手架,而不是简单的现成品”,从而让学生感到数学可亲可近,不再畏惧数学。使过去学生眼中那些枯燥无味的数学公式、定义、定理鲜活起来,让学生在“做数学”过程中,体会到数学就在身边的“实在”,真切的体会和感受到数学的作用和数学简单、灵动的美。

实验探究教学的过程是一个以学生为主体的探究实验活动,也是一个自始至终包含变革、改进、创造等思维活动的过程。在实验教学中,学生要查阅有关资料,大胆地提出假设,反复进行实验方案的设计、实施和调整,对实验探究过程中出现的“异常”、“反常”、以及与客观实际有微小差异的现象、数据进行质疑和分析,形成独立思考、大胆质疑、积极探索的创造性思维品质。

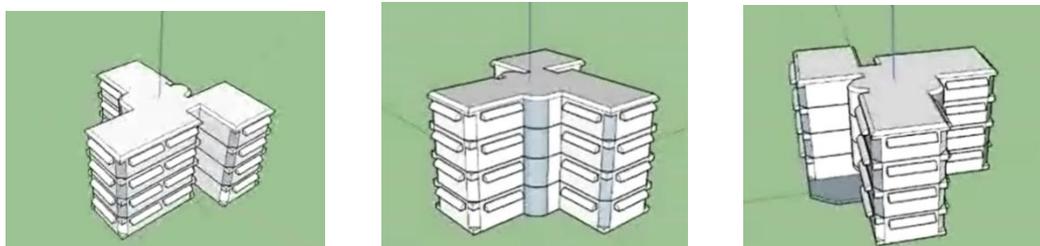
(3) 促进了学生学习方式的改变, 培养了学生的探究能力和创新能力

数学实验教学中通过设置开放的问题情境,让学生积极地去思考、尝试解决问题,让学生的数学学习不仅成为一种探究性学习、合作性学习,而且可以成为一种创新性学习,培养学生的探究意识和创新精神。

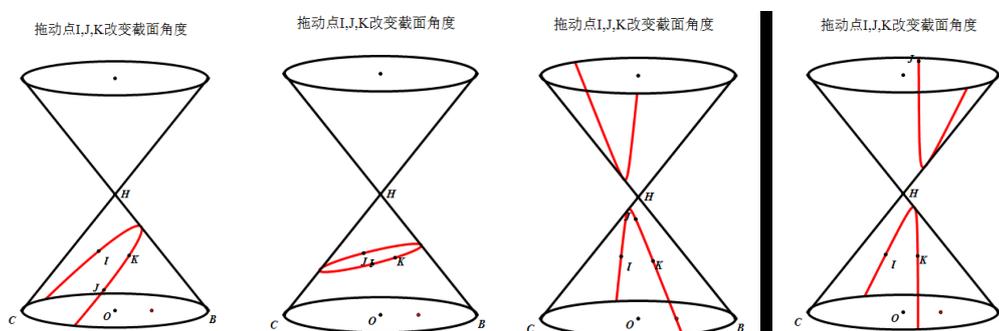
当他们碰到学习、生活中的问题,会主动地用实验的方法解决问题,在实验设计和操作过程中掌握数学知识和数学技能、实验技能,在获得的丰富的数学活动经验中提升数学思

想和数学方法。促进学生形成“用数学的眼光观察世界，用数学的思维思考世界、用数学的语言表达世界”的意识，提升学生的数学素养。

为解决教学楼体积测算问题,学生自制的教学楼的 3D 动态软件:



为探究用平面截圆锥得到圆锥曲线的问题,学生用网络画板制作的动态课件:



为了完成一道求面积最大值的拓展题,学生自己制作了课件,并录制了视频,通过网络给同学讲解:

求a面积的最大值

1. 简化探究过程

- (i) 易知当截面为三角形时,从小三角形到大三角形的过程中,面积逐渐增大→只探究最大三角形到最大三角形的过程即可,两边的过程可以省略
- (ii) 由正方体的对称性,易知面积变化是对称的→只探究最大三角形到正六边形的面积变化即可,另一半可以省略

简化探究过程

简化探究过程

简化探究过程

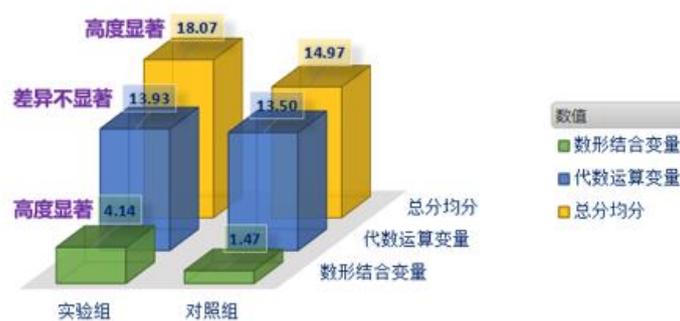
2. 促进了教师教学方式的改进和教师专业化发展

(1) 改进了教师教学模式,提升了教学效果

通过实物、视觉、图像、符号表象进行数学思想的模型化表述是数学教学的主要内容。要提高教学效果，教师需要运用多元的教学模式，让学生建构自己的数学知识体系，培养学生理解数学概念，提出问题、探索问题、解决数学问题的能力。通过数学实验的设计和反思、改进，教师不仅对教学内容进行了广泛而深入的挖掘，还从传统的教师主导性、学生主体性向双主体、多主体、师生互动及主体间性的转变，进而使教师和学生成为数学活动的共同设计者。

通过对《解析几何中圆过定点问题》、《二分法》等实验案例的比分析，通过描述性统计柱状图与箱线图，在已知各组差异显著的前提下，可以确定基于数学实验的数学教学在具有不同层次基础的学生群体中对学生数形结合能力的提升都有促进（下图是《解析几何中圆过定点问题》实验课的对比分析结果示例），融合数学实验的教学设计对优生提升直观想象核心素养的效果明显。

图1 实验组与对照组数形结合变量、代数运算变量、总分均分的显著性差异对比结果



另外，在各实验学校的实验班和对照班进行比较中，我们发现在教学气氛方面，实验班学生的积极性明显高于对照班，在对教师提出的问题进行讨论时，实验班的学生也表现得更加主动。在对测试成绩进行分析时，发现实验班的学生对一些图象问题、开放性问题有更好的理解，在解决一些中高难度问题（如新定义问题、探究性问题）时正确率更高。

（2）形成了独特的校园文化，影响、带动了区域数学课程改革

通过开展数学实验教学活动，教研组层面的教研能力和水平得到提高：数学教研组的所有教师们积极研究使用网络画板，大大提高了教育信息技术能力；针对具体的实践问题，老师们积极挖掘探讨交流，提高了教研组教研活动的实效性；撰写课例，提高了教师们的论文写作水平，促进了教师研究能力的提升。老师们结合研究进行课堂教学的实践，并开展了《高中数学实验探究》、《数学建模》、《用网络画板学数学》等丰富多彩的校本课程。多次在市、区研究课中进行展示，如2019年11月在北京师范大学教育培训中心举办的“河南省高中骨干教师教学能力提升高级研修班”活动中，课题组多名教师都做了展示课，受到学员一

致好评。2021年4月第三届中国特级教师高端论坛会议上，有来自全国各地的300多名特级教师参会，课题组的核心成员上课用网络画板进行实验探究，听课老师纷纷用手机扫描二维码，和学生一起进行探究实验，让网络画板的生生、师生、教师与教师之间的交流共享得到了充分应用，得到了大家一致好评。2020年由本校到新疆墨玉县支教支教师邀请，利用网络教研，新疆墨玉县中学的老师也开始了解网络画板，开始学习使用。现阶段共计论文、教学案例获北京市一等奖6篇，二等奖2篇，三等奖4篇。积累的大量数学实验案例丰富了学校的教学资源，并通过市、区研究课、展示课及主题发言等活动进行传播，得到了老师们的好评。

此外，从课程与教学角度看，数学实验推动了课程理念的贯彻实施，课程资源的深度挖掘，开发出多样的实验素材和实验工具，改变了传统的数学教学方式。

（二）数学探究实验研究的展望

经过近5年的研究和实践，我们已经在数学实验教学的模式、实验类型、实施策略、教材实验开发等方面有了一些成果，但也发现一些有待解决的问题。比如：教材中的实验设计如何更好地改进，课外的实验资源如何挖掘；实验设计形式上，课下突破教学难点的微实验设计、针对优生培养的专题系列实验等资源的开发还需补充。另外，对如何进行实验评价的研究也还需深入。

因此，后续希望能结合新课标和新教材，多角度、多层次地进行实验教学内容探索，构建出适合课堂教学、课外辅导及专题研究的实验内容框架。另外，根据不同目标、不同形式的实验内容开发实验课程资源，结合网络画板和其他信息技术编写《高中数学实验手册》，开发“数学实验学具包”，设计数学实验评价方案，为一线教师提供实验设计、实验方案，制作实验工具、实验课件、开发数学实验平台，方便师生在教与学中开展数学实验。